

## 2001 年上海市数学中考试卷

一、填空题（本题共 14 小题，每小题 2 分，满分 28 分）

1. 计算： $\sqrt{2} \cdot \sqrt{18} =$ \_\_\_\_\_

2. 如果分式  $\frac{x^2-4}{x-2}$  的值为零，那么  $x =$ \_\_\_\_\_

3. 不等式  $7-2x > 1$  的正整数解是\_\_\_\_\_.

4. 点  $A(1, 3)$  关于原点的对称点坐标是\_\_\_\_\_.

5. 函数  $y = \frac{x}{\sqrt{x-1}}$  的定义域是\_\_\_\_\_.

6. 如果正比例函数的图象经过点  $(2, 4)$ ，那么这个函数的解析式为\_\_\_\_\_.

7. 如果  $x_1, x_2$  是方程  $x^2-3x+1=0$  的两个根，那么代数式  $(x_1+1)(x_2+1)$  的值是\_\_\_\_\_.

8. 方程  $\sqrt{x+2} = -x$  的解是\_\_\_\_\_.

9. 甲、乙两人比赛飞镖，两人所得平均环数相同，其中甲所得环数的方差为 15，乙所得环数如下：0, 1, 5, 9, 10. 那么成绩较为稳定的是\_\_\_\_\_（填“甲”或“乙”）.

10. 如果梯形的两底之比为 2:5，中位线长 14 厘米，那么较大底的长为\_\_\_\_\_厘米.

11. 一个圆弧形门拱的拱高为 1 米，跨度为 4 米，那么这个门拱的半径为\_\_\_\_\_米.

12. 某飞机在离地面 1200 米的上空测得地面控制点的俯角为  $60^\circ$ ，此时飞机与该地面控制点之间的距离是\_\_\_\_\_米.

13. 在边长为 2 的菱形  $ABCD$  中， $\angle B = 45^\circ$ ， $AE$  为  $BC$  边上的高，将  $\triangle ABE$  沿  $AE$  所在直线翻折后得  $\triangle AB'E$ ，那么  $\triangle AB'E$  与四边形  $AECD$  重叠部分的面积是\_\_\_\_\_.

14. 如图 1，在大小为  $4 \times 4$  的正方形方格中， $\triangle ABC$  的顶点  $A, B, C$  在单位正方形的顶点上，请在图中画一个  $\triangle A_1B_1C_1$ ，使  $\triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle ABC$ （相似比不为 1），且点  $A_1, B_1, C_1$  都在单位正方形的顶点上.

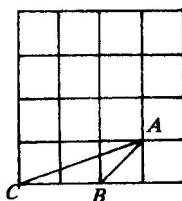


图 1

二、多项选择题（本题共 4 小题，每小题 3 分，满分 12 分。每小题列出的四个答案中，至少有一个是正确的，把所有正确答案的代号填入括号内，错选或不选得 0 分，否则每漏选一个扣 1 分）

15. 下列计算中，正确的是（ ）。

- A.  $a^3 \cdot a^2 = a^6$       B.  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$   
 C.  $(a+b)^2 = a^2 + b^2$       D.  $(a+b)(a-2b) = a^2 - ab - 2b^2$

16. 下列多项式中，能在实数范围内分解因式的是（ ）。

- A.  $x^2 + 4$       B.  $x^2 - 2$       C.  $x^2 - x - 1$       D.  $x^2 + x + 1$

17. 下列命题中，真命题是（ ）。

- A. 对角线互相平分的四边形是平行四边形  
 B. 对角线相等的四边形是矩形  
 C. 对角线互相平分且垂直的四边形是菱形  
 D. 对角线互相垂直且相等的四边形是正方形

18. 如果  $\odot O_1$ 、 $\odot O_2$  的半径分别为 4、5，那么下列叙述中，正确的是（ ）。

- A. 当  $O_1 O_2 = 1$  时， $\odot O_1$  与  $\odot O_2$  相切  
 B. 当  $O_1 O_2 = 5$  时， $\odot O_1$  与  $\odot O_2$  有两个公共点  
 C. 当  $O_1 O_2 > 6$  时， $\odot O_1$  与  $\odot O_2$  必有公共点  
 D. 当  $O_1 O_2 > 1$  时， $\odot O_1$  与  $\odot O_2$  至少有两公切线

三、（本题共 4 小题，每小题 7 分，满分 28 分）

19. 计算  $(\sqrt{2})^2 + (-\frac{1}{2})^0 - 12^{\frac{1}{2}} \cdot (\sqrt{3} - 1)^{-1}$ 。

20. 解方程： $\frac{x+6}{x} + \frac{x}{x+6} = \frac{10}{3}$ 。

21. 小李通过对某地区 1998 年至 2000 年快餐公司发展情况的调查，制成了该地区快餐公司个数情况的条形图（如图 2）和快餐公司盒饭年销量的平均数情况条形图（如图 3）。利用图 2、图 3 共同提供的信息，解答下列问题：

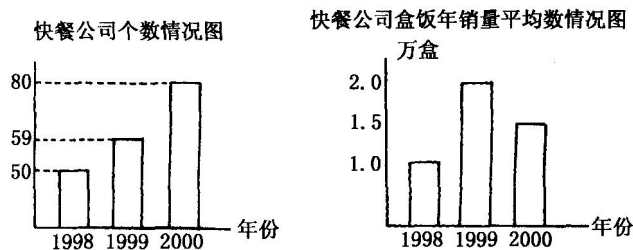


图 2

图 3

- (1) 1999 年该地区销售盒饭共\_\_\_\_\_万盒.  
 (2) 该地区盒饭销量最大的年份是\_\_\_\_\_年, 这一年的年销量是\_\_\_\_\_万盒.  
 (3) 这三年中该地区每年平均销售盒饭多少万盒?

22. 如图 4, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle C=90^\circ$ , 点  $D$  在  $BC$  上,  $BD=4$ ,  $AD=BC$ ,  $\cos \angle ADC = \frac{3}{5}$ . 求: (1)  $DC$  的长; (2)  $\sin B$  的值.

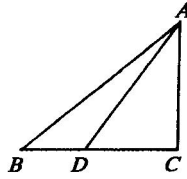


图 4

四、(本题共 4 小题, 每小题 10 分, 满分 40 分)

23. 如图 5, 已知点  $A(4, m)$ ,  $B(-1, n)$  在反比例函数  $y = \frac{8}{x}$  的图象上, 直线  $AB$  与  $x$  轴交于点  $C$ . 如果点  $D$  在  $y$  轴上, 且  $DA=DC$ , 求点  $D$  的坐标.

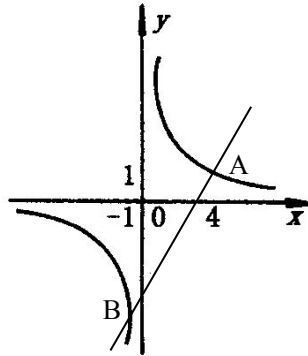


图 5

24. 如图 6, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle B=90^\circ$ ,  $\angle A$  的平分线交  $BC$  于点  $D$ ,  $E$  为  $AB$  上的一点,  $DE=DC$ , 以  $D$  为圆心,  $DB$  长为半径作  $\odot D$ .

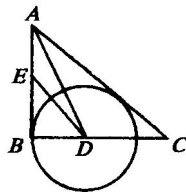


图 6

求证: (1)  $AC$  是  $\odot O$  的切线;

(2)  $AB+EB=AC$ .

25. 某电脑公司 2000 年的各项经营收入中, 经营电脑配件的收入为 600 万元, 占全年经营总收入的 40%. 该公司预计 2002 年经营总收入要达到 2160 万元, 且计划从 2000 年到 2002 年, 每年经营总收入的年增长率相同, 问 2001 年预计经营总收入为多少万元?

26. 如图 7, 已知抛物线  $y=2x^2-4x+m$  与  $x$  轴交于不同的两点  $A$ 、 $B$ , 其顶点是  $C$ , 点  $D$  是抛物线的对称轴与  $x$  轴的交点.

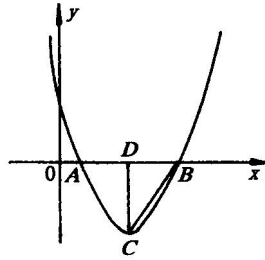


图 7

- (1) 求实数  $m$  的取值范围;
- (2) 求顶点  $C$  的坐标和线段  $AB$  的长度 (用含有  $m$  的式子表示);
- (3) 若直线  $y=\sqrt{2}x+1$  分别交  $x$  轴、 $y$  轴于点  $E$ 、 $F$ , 问  $\triangle BDC$  与  $\triangle EOF$  是否有可能全等, 如果可能, 请证明; 如果不可能, 请说明理由.

五、(本题满分 12 分)

27. 已知在梯形  $ABCD$  中,  $AD\parallel BC$ ,  $AD<BC$ , 且  $AD=5$ ,  $AB=DC=2$ .

- (1) 如图 8,  $P$  为  $AD$  上的一点, 满足  $\angle BPC=\angle A$ .

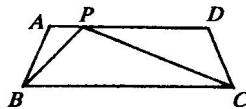


图 8

- ①求证:  $\triangle ABP\sim\triangle DPC$
- ②求  $AP$  的长.

(2) 如果点  $P$  在  $AD$  边上移动 (点  $P$  与点  $A$ 、 $D$  不重合), 且满足  $\angle BPE=\angle A$ ,  $PE$  交直线  $BC$  于点  $E$ , 同时交直线  $DC$  于点  $Q$ , 那么

- ①当点  $Q$  在线段  $DC$  的延长线上时, 设  $AP=x$ ,  $CQ=y$ , 求  $y$  关于  $x$  的函数解析式, 并写出函数的定义域;
- ②当  $CE=1$  时, 写出  $AP$  的长 (不必写出解题过程).

## 试卷答案

一、填空题（本题共 14 小题，每小题 2 分，满分 28 分）

1. 6      2. -2      3. 1, 2      4. (-1, -3)

5.  $x > 1$ （题 5 中定义域的意思即指函数自变量的取值范围.）

6.  $y = 2x$       7. 5      8.  $x = -1$

9. 甲      10. 20      11. 2.5      12.  $800\sqrt{3}$

13.  $2\sqrt{2} - 2$

（题 13 考查图形的翻折问题，从平面图形来看，往往是一个“虚”的形式，故空间想象力在解题时尤为重要，同时，这类题体现了运动变化的过程，如果图形还不能打开思路之门，不妨动手折折试试.）

14. 图略（画出一个符合要求的三角形）

（题 14 的考查目标是阅读理解、计算、作图能力，单位正方形是指边长为 1 的正方形， $4 \times 4$  的正方形方格指边长为 4 的正方形，被分成 16 个单位正方形，再应用勾股定理计算出  $AC$ ,  $AB$ ,  $BC$  的长，依相似三角形性质按比例扩大，画出适中的  $\triangle A_1B_1C_1$ .）

二、多项选择题（本题共 4 小题，每小题 3 分，满分 12 分）

（题二不是平时习以为常的“四选一”型单选题，而是多项选择题，读准原题括号中的提示后，解题时要逐个筛选，逐一排查.）

15. B、D    16. B、C    17. A、C    18. A、B、D

三、（本题共 4 小题，每小题 7 分，满分 28 分）

19. 解：

$$\begin{aligned} & (\sqrt{2})^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^0 - 12^{\frac{1}{2}} \cdot (\sqrt{3} - 1)^{-1} \\ &= 2 + 1 - \sqrt{12} \cdot \frac{1}{\sqrt{3} - 1} \\ &= 3 - 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3} + 1}{2} = 3 - 3 - \sqrt{3} \\ &= -\sqrt{3}. \end{aligned}$$

（题 19 中出现了分数指数， $12^{\frac{1}{2}}$  意义是  $\sqrt{12}$ .）

20. 解法一：设  $y = \frac{x+6}{x}$ ，则原方程为  $y + \frac{1}{y} = \frac{10}{3}$ ，整理，得  $3y^2 - 10y + 3 = 0$ ，解得  $y_1 = \frac{1}{3}$ ， $y_2 = 3$ 。当  $y = \frac{1}{3}$  时， $\frac{x+6}{x} = \frac{1}{3}$ ，解得  $x = -9$ ；当  $y = 3$  时， $\frac{x+6}{x} = 3$ ，解得  $x = 3$ 。经检验， $x_1 = -9$ ， $x_2 = 3$  都是原方程的根。则原方程的根是  $x_1 = -9$ ， $x_2 = 3$ 。

解法二：方程两边同乘  $3x(x+6)$ ，得  $3(x+6)^2 + 3x^2 = 10x(x+6)$ ，整理得  $x^2 + 6x - 27 = 0$ ，解得  $x_1 = -9$ ， $x_2 = 3$ 。经检验， $x_1 = -9$ ， $x_2 = 3$  都是原方程的根，所以原方程的根是  $x_1 = -9$ ， $x_2 = 3$ 。

21.

(1) 118; (2) 2000, 1 20;

(3) 解： $\bar{x} = \frac{50 \times 1.0 + 59 \times 2.0 + 80 \times 1.5}{3} = 96$  (万盒)。

答：这三年中，该地区每年平均销售盒饭 96 万盒。

(题 21 考查统计图表在实际生产、生活中的应用，两个图形既相互独立，又互相联系。单个图表的阅读可考查阅读能力，双图表则更体现了思维间的联系与综合能力。)

22. 解：∵ 在  $\text{Rt}\triangle ACD$  中， $\cos \angle ADC = \frac{CD}{AD} = \frac{3}{5}$ ，设  $CD = 3k$ ，∴  $AD = 5k$ 。

又∵  $BC = AD$ ，∴  $3k + 4 = 5k$ ，∴  $k = 2$ 。∴  $CD = 3k = 6$ 。

(2) ∵  $BC = 3k + 4 = 6 + 4 = 10$ ， $AC = \sqrt{AD^2 - CD^2} = 4k = 8$ ，

∴  $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{8^2 + 10^2} = 2\sqrt{41}$ 。

∴  $\sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{8}{2\sqrt{41}} = \frac{4\sqrt{41}}{41}$ 。

(题 22 考查解直角三角形知识，解题时依三角函数定义设参数，结合代数知识求解，应注意的是  $\cos \angle ADC = \frac{DC}{AC}$ ，则设  $DC = 3k$ ， $AC = 5k$ ，但不能把  $DC = 3$ ， $AC = 5$  当作已知量直接应用。)

四、(本题共 4 小题，每小题 10 分，满分 40 分)

23. 解：由点  $A$ 、 $B$  在  $y = \frac{8}{x}$  的图象上，得  $m = 2$ ， $n = -8$ ，则点  $A$  的坐标为  $(4, 2)$ ，

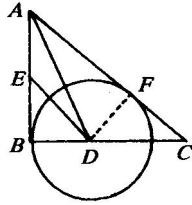
点  $B$  的坐标为  $(-1, -8)$ 。设直线  $AB$  的函数解析式为  $y = kx + b$ ，则  $\begin{cases} 2 = 4k + b, \\ -8 = -k + b \end{cases}$  解得

$\begin{cases} k = 2, \\ b = -6. \end{cases}$  则直线  $AB$  的函数解析式为  $y = 2x - 6$ 。所以点  $C$  坐标为  $(3, 0)$ 。设  $D(0, y)$ ，

由  $DA=DC$ , 得  $(y-2)^2+4^2=y^2+3^2$ . 解得  $y=\frac{11}{4}$ . 则点  $D$  的坐标是  $(0, \frac{11}{4})$ .

24. 证明:

(1) 过  $D$  作  $DF \perp AC$ ,  $F$  为垂足.  $\because AD$  是  $\angle BAC$  的平分线,  $DB \perp AB$ ,  $\therefore DB=DF$ .  $\therefore$  点  $D$  到  $AC$  的距离等于圆  $D$  的半径.  $\therefore AC$  是  $\odot D$  的切线.



(2)  $\because AB \perp BD$ ,  $\odot D$  的半径等于  $BD$ ,  $\therefore AB$  是  $\odot D$  的切线.  $\therefore AB=AF$ .  $\because$  在  $\text{Rt}\triangle BED$  和  $\text{Rt}\triangle FCD$  中,  $ED=CD$ ,  $BD=FD$ ,  $\therefore \triangle BED \cong \triangle FCD$ .  $\therefore BE=FC$ .  $\therefore AB+BE=AF+FC=AC$ .

25. 解: 2000 年的经营总收入为  $600 \div 40\% = 1500$  (万元). 设年增长率为  $x$ , 则  $1500(1+x)^2 = 2160$ ,  $(1+x)^2 = 1.44$ ,  $1+x = \pm 1.2$  (舍去  $1+x = -1.2$ ),  $1500(1+x) = 1500 \times 1.2 = 1800$  (万元).

答: 2001 年预计经营总收入为 1800 万元.

26. 解:

(1)  $\because$  抛物线  $y=2x^2-4x+m$  与  $x$  轴交于不同的两个点,  $\therefore$  关于  $x$  的方程  $2x^2-4x+m=0$  有两个不相等的实数根.  $\therefore \Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 2m > 0$ ,  $\therefore m < 2$ .

(2) 由  $y=2x^2-4x+m=2(x-1)^2+m-2$ , 得顶点  $C$  的坐标是  $(1, m-2)$ . 由  $2x^2-4x+m=0$ , 解得,  $x_1=1+\frac{1}{2}\sqrt{4-2m}$  或  $x_2=1-\frac{1}{2}\sqrt{4-2m}$ .

$$\therefore AB = (1 + \frac{1}{2}\sqrt{4-2m}) - (1 - \frac{1}{2}\sqrt{4-2m}) = \sqrt{4-2m}.$$

(3) 可能.

证明: 由  $y=\sqrt{2}x+1$  分别交  $x$  轴、 $y$  轴于点  $E$ 、 $F$ , 得  $E(-\frac{\sqrt{2}}{2}, 0)$ ,  $F(0, 1)$ .  $\therefore OE = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $OF=1$ . 而  $BD = \frac{1}{2}\sqrt{4-2m}$ ,  $DC=2-m$ . 当  $OE=BD$ , 得  $\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{4-2m}$ , 解得  $m=1$ . 此时  $OF=OC=1$ .

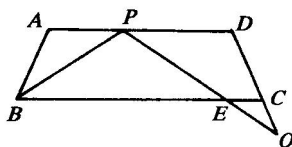
又  $\because \angle EOF = \angle CDB = 90^\circ$ ,  $\therefore \triangle BDC \cong \triangle EOF$ .  $\therefore \triangle BDC$  与  $\triangle EOF$  有可能全等.

(题 26 是一元二次方程, 二次函数与直线形的综合考查题, 由图象可知, 抛物线与  $x$

轴有两个交点，则 $\Delta > 0$ ；求  $AB$  的长度可用简化公式  $AB = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$ ；（3）要求判断 $\triangle BDC$ 与

$\triangle EOF$  是否有可能全等，即指探索全等的可能性，本题已有 $\angle CDB = \angle EOF = 90^\circ$ ， $BD$ 与 $OE$ 或 $OF$ 都可能是对应边，证出其中一种情形成立即可，解题时要注意“有可能”这个关键词。）

27. (1) ①证明：



$\because \angle ABP = 180^\circ - \angle A - \angle APB$ ,  $\angle DPC = 180^\circ - \angle BPC - \angle APB$ ,  $\angle BPC = \angle A$ ,  $\therefore \angle ABP = \angle DPC$ .  $\because$  在梯形  $ABCD$  中,  $AD \parallel BC$ ,  $AB = CD$ ,  $\therefore \angle A = \angle D$ .

$\therefore \triangle ABP \sim \triangle DPC$ .

②解：设  $AP = x$ ，则  $DP = 5 - x$ ，由  $\triangle ABP \sim \triangle DPC$ ，得  $\frac{AB}{AP} = \frac{PD}{DC}$ ，即  $\frac{2}{x} = \frac{5-x}{2}$ ，

解得  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = 4$ ，则  $AP$  的长为 1 或 4.

(2) ①解：类似 (1) ①，易得  $\triangle ABP \sim \triangle DPQ$ ， $\therefore \frac{AB}{PD} = \frac{AP}{DQ}$ ，即  $\frac{2}{5-x} = \frac{x}{2+y}$ ，  
得  $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{2}x - 2$ ,  $1 < x < 4$ .

②  $AP = 2$  或  $AP = 3 - \sqrt{5}$ .

(题 27 是一道涉及动量与变量的考题，其中 (1) 可看作 (2) 的特例，故 (2) 的推断与证明均可借鉴 (1) 的思路。这是一种从模仿到创造的过程，模仿即借鉴、套用，创造即灵活变化，这是中学生学数学应具备的一种基本素质，世上的万事万物总有着千丝万缕的联系，也有着质的区别，模仿的关键是发现联系，创造的关键是发现区别，并找到应付新问题的途径。)