# 2006年上海市初中毕业生统一学业考试

# 数学试卷

**（满分150分，考试时间100分钟）**

<table>
<tr><td rowspan="2">题号</td><td rowspan="2">一</td><td rowspan="2">二</td><td colspan="5">三</td><td colspan="4">四</td><td rowspan="2">总分</td></tr>
<tr><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>24</td><td>25</td></tr>
<tr><td>得分</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

**考生注意：**

**1．本卷含四大题，共25题；**

**2．除第一、二大题外，其余各题如无特别说明，都必须写出证明或计算的主要步骤．**

**一．填空题：（本大题共12题，满分36分）**

**【只要求直接写出结果，每个空格填对得3分，否则得零分】**

1．计算：$\sqrt{4}=$__________．

2．计算：$\dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{x}=$__________．

3．不等式$x-6>0$的解集是__________．

4．分解因式：$x^2+xy=$__________．

5．函数$y=\dfrac{1}{x-3}$的定义域是__________．

6．方程$\sqrt{2x-1}=1$的根是__________．

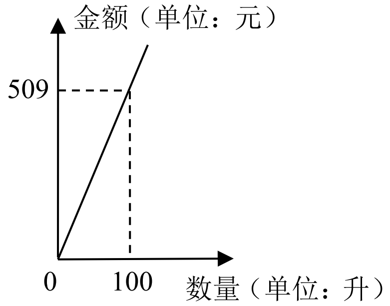

图1

7．方程$x^2+3x-4=0$的两个实数根为$x_1$，$x_2$，则$x_1 \bullet x_2=$__________．

8．用换元法解方程$\dfrac{x^2}{2x-1}+\dfrac{2x-1}{x^2}=2$时，如果设$y=\dfrac{x^2}{2x-1}$，那么原方程可化为__________．

9．某型号汽油的数量与相应金额的关系如图1所示，那么这种汽油的单价是每升__________元．

10．已知在$\triangle ABC$和$\triangle A_1B_1C_1$中，$AB=A_1B_1$，$\angle A=\angle A_1$，要使$\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$，还需添加一个条件，这个条件可以是__________．

11．已知圆$O$的半径为$1$，点$P$到圆心$O$的距离为$2$，过点$P$引圆$O$的切线，那么切线长是__________．

12．在中国的园林建筑中，很多建筑图形具有对称性．图2是一个破损花窗的图形，请把它补画成中心对称图形．

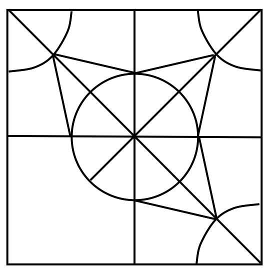

图2

**二．选择题：（本大题共 4 题，满分 16 分）**

**【下列各题的四个结论中，有且只有一个结论是正确的，把正确结论的代号写在题后的圆括号内，选对得 4 分；不选、错选或者多选得零分】**

13．在下列方程中，有实数根的是（　　）

A．$x^2+3x+1=0$　　B．$\sqrt{4x+1}=-1$

C．$x^2+2x+3=0$　　D．$\dfrac{x}{x-1}=\dfrac{1}{x-1}$

14．二次函数 $y=-\left(x-1\right)^2+3$ 图象的顶点坐标是（　　）

A．$\left(-1,3\right)$　B．$\left(1,3\right)$　C．$\left(-1,-3\right)$　D．$\left(1,-3\right)$

15．在$\triangle ABC$中，$AD$是$BC$边上的中线，$G$是重心．如果$AG=6$，那么线段$DG$的长为（　　）

A．$2$　B．$3$　C．$6$　D．$12$

16．在下列命题中，真命题是（　　）

A．两条对角线相等的四边形是矩形

B．两条对角线互相垂直的四边形是菱形

C．两条对角线互相平分的四边形是平行四边形

D．两条对角线互相垂直且相等的四边形是正方形

**三．（本大题共 5 题，满分 48 分）**

17．**（本题满分 9 分）**

先化简，再求值：$\left(1+\dfrac{1}{x}\right)\div\dfrac{x^2-1}{x}$，其中$x=\sqrt{2}$．

18．**（本题满分 9 分）**

解方程组：$\begin{cases}x-y-3=0,\\ x^2+y+1=0.\end{cases}$

19．**（本题满分 10 分，每小题满分各 5 分）**

已知：如图 3，在$\triangle ABC$中，$AD$是边$BC$上的高，$E$为边$AC$的中点，$BC=14$，$AD=12$，$\sin B=\dfrac{4}{5}$．求（1）线段$DC$的长；（2）$\operatorname{tg}\angle EDC$的值．

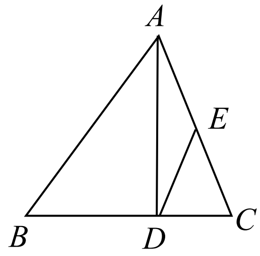

图 3

20．**（本题满分 10 分，第（1）小题满分 3 分，第（2）小题满分 4 分，第（3）小题满分 3 分）**

某市在中心城区范围内，选取重点示范路口进行交通文明状况满意度调查，将调查结果的满意度分为：不满意、一般、较满意、满意和非常满意，依次以红、橙、黄、蓝、绿五色标识．今年五月发布的调查结果中，橙色与黄色标识路口数之和占被调查路口总数的$15\%$．结合未画完整的图 4 中所示信息，回答下列问题：

（1）此次被调查的路口总数是__________；

（2）将图 4 中绿色标识部分补画完整，并标上相应的路口数；

（3）此次被调查路口的满意度能否作为该市所有路口交通文明状况满意度的一个随机样本？

答：____________________．

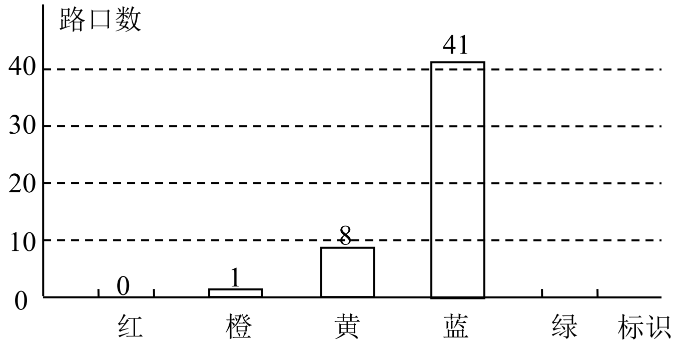

图 4

21．**（本题满分 10 分）**

本市新建的滴水湖是圆形人工湖．为测量该湖的半径，小杰和小丽沿湖边选取$A$，$B$，$C$三根木柱，使得$A$，$B$之间的距离与$A$，$C$之间的距离相等，并测得$BC$长为$240$米，$A$到$BC$的距离为$5$米，如图 5 所示．请你帮他们求出滴水湖的半径．

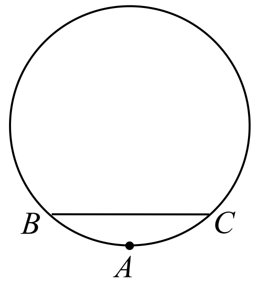

图 5

**四．（本大题共 4 题，满分 50 分）**

22．**（本题满分 12 分，第（1）小题满分 5 分，第（2）小题满分 7 分）**

如图 6，在直角坐标系中，$O$ 为原点．点 $A$ 在第一象限，它的纵坐标是横坐标的 3 倍，反比例函数 $y=\dfrac{12}{x}$ 的图象经过点 $A$．

（1）求点 $A$ 的坐标；

（2）如果经过点 $A$ 的一次函数图象与 $y$ 轴的正半轴交于点 $B$，且 $OB=AB$，求这个一次函数的解析式．

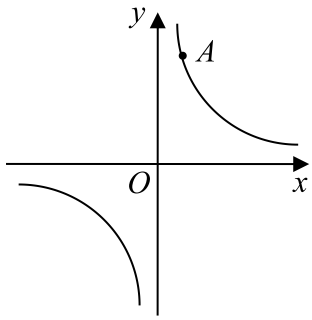

图 6

23．**（本题满分 12 分，每小题满分各 6 分）**

已知：如图 7，在梯形 $ABCD$ 中，$AD \parallel BC$，$AB=DC$．点 $E$，$F$，$G$ 分别在边 $AB$，$BC$，$CD$ 上，$AE=GF=GC$．

（1）求证：四边形 $AEFG$ 是平行四边形；

（2）当 $\angle FGC=2\angle EFB$ 时，求证：四边形 $AEFG$ 是矩形．

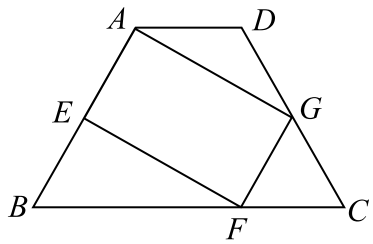

图 7

24．**（本题满分 12 分，第（1）小题满分 5 分，第（2）小题满分 3 分，第（3）小题满分 4 分）**

如图 8，在直角坐标系中，$O$ 为原点．点 $A$ 在 $x$ 轴的正半轴上，点 $B$ 在 $y$ 轴的正半轴上，$\operatorname{tg}\angle OAB=2$．二次函数 $y=x^2+mx+2$ 的图象经过点 $A$，$B$，顶点为 $D$．

（1）求这个二次函数的解析式；

（2）将$\triangle OAB$绕点$A$顺时针旋转$90^\circ$后，点$B$落到点$C$的位置. 将上述二次函数图象沿$y$轴向上或向下平移后经过点$C$. 请直接写出点$C$的坐标和平移后所得图象的函数解析式；

（3）设（2）中平移后所得二次函数图象与$y$轴的交点为$B_1$，顶点为$D_1$. 点$P$在平移后的二次函数图象上，且满足$\triangle PBB_1$的面积是$\triangle PDD_1$面积的2倍，求点$P$的坐标.

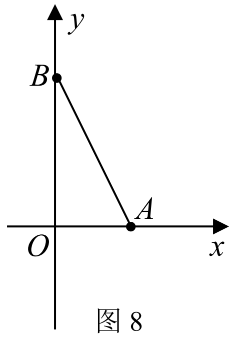


图 8

25.**（本题满分 14 分，第（1）小题满分 4 分，第（2）小题满分 7 分，第（3）小题满分 3 分）**

已知点$P$在线段$AB$上，点$O$在线段$AB$延长线上. 以点$O$为圆心，$OP$为半径作圆，点$C$是圆$O$上的一点.

（1）如图 9，如果$AP=2PB$，$PB=BO$. 求证：$\triangle CAO \backsim \triangle BCO$；

（2）如果$AP=m$（$m$是常数，且$m>1$），$BP=1$，$OP$是$OA$，$OB$的比例中项. 当点$C$在圆$O$上运动时，求$AC:BC$的值（结果用含$m$的式子表示）；

（3）在（2）的条件下，讨论以$BC$为半径的圆$B$和以$CA$为半径的圆$C$的位置关系，并写出相应$m$的取值范围.

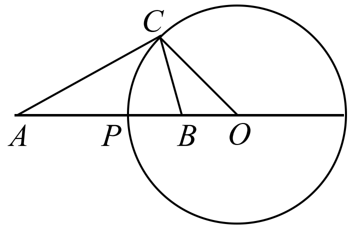


图 9

# 2006年上海市初中毕业生统一学业考试

# 数学试卷答案要点与评分标准

说明：

**1．解答只列出试题的一种或几种解法．如果考生的解法与所列解法不同，可参照解答中评分标准相应评分．**

**2．第一大题只要求直接写出结果，每个空格填对得3分，否则得零分；第二大题每题选对得4分，不选、错选或者多选得零分；17题至25题中右端所注的分数，表示考生正确做对这一步应得分数．评分时，给分或扣分均以1分为单位．**

答案要点与评分标准

**一．填空题：（本大题共12题，满分36分）**

1．$2$；　2．$\dfrac{3}{x}$；　3．$x>6$；　4．$x(x+y)$；　5．$x\neq 3$；

6．$1$；　7．$-4$；　8．$y^2-2y+1=0$（或$y+\dfrac{1}{y}=2$）；　9．$5.09$；

10．$\angle B=\angle B_1$（或$\angle C=\angle C_1$，或$AC=A_1C_1$）；　11．$\sqrt{3}$；

12．答案见图1．

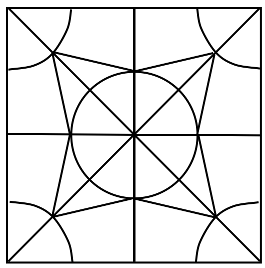

图1

**二．选择题：（本大题共4题，满分16分）**

13．A；　14．B；　15．B；　16．C．

**三．（本大题共5题，满分48分）**

17．解：原式$=\dfrac{x+1}{x}\div\dfrac{x^2-1}{x}$ ……（2分）

$=\dfrac{x+1}{x}\div\dfrac{(x+1)(x-1)}{x}$ ……（2分）

$=\dfrac{x+1}{x}\bullet\dfrac{x}{(x+1)(x-1)}$ ……（1分）

$=\dfrac{1}{x-1}$， ……（2分）

当$x=\sqrt{2}$时，原式$=\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}=\sqrt{2}+1$． ……（2分）

18．解：消去 $y$ 得 $x^2+x-2=0$，…………………………………………………………（3 分）

得 $x_1=-2$，$x_2=1$，…………………………………………………………………（3 分）

由 $x_1=-2$，得 $y_1=-5$，…………………………………………………………（1 分）

由 $x_2=1$，得 $y_2=-2$，……………………………………………………………（1 分）

∴原方程组的解是 $\begin{cases}x_1=-2,\\y_1=-5;\end{cases}\begin{cases}x_2=1,\\y_2=-2.\end{cases}$ ……………………………………（1 分）

19．解：（1）在 $\mathrm{Rt}\triangle BDA$ 中，$\angle BDA=90^\circ$，$AD=12$，$\sin B=\dfrac{AD}{AB}=\dfrac{4}{5}$，…（1 分）

$\therefore AB=15$．…………………………………………………………………………（1 分）

$\therefore BD=\sqrt{AB^2-AD^2}=\sqrt{15^2-12^2}=9$．…………………………………………（2 分）

$\therefore DC=BC-BD=14-9=5$．……………………………………………………（1 分）

（2）［方法一］过点 $E$ 作 $EF\perp DC$，垂足为 $F$，$\therefore EF\parallel AD$．…………（1 分）

$\because AE=EC$，$\therefore DF=\dfrac{1}{2}DC=\dfrac{5}{2}$，$EF=\dfrac{1}{2}AD=6$．………………………（2 分）

$\therefore$ 在 $\mathrm{Rt}\triangle EFD$ 中，$\angle EFD=90^\circ$，$\mathrm{tg}\angle EDC=\dfrac{EF}{DF}=\dfrac{12}{5}$．………………（2 分）

［方法二］在 $\mathrm{Rt}\triangle ADC$ 中，$\angle ADC=90^\circ$，$\mathrm{tg}C=\dfrac{AD}{DC}=\dfrac{12}{5}$．…………（2 分）

$\because DE$ 是斜边 $AC$ 上的中线，$\therefore DE=\dfrac{1}{2}AC=EC$．……………………………（1 分）

$\therefore \angle EDC=\angle C$．……………………………………………………………………（1 分）

$\therefore \mathrm{tg}\angle EDC=\mathrm{tg}C=\dfrac{12}{5}$．………………………………………………………（1 分）

20．（1）60；……………………………………………………………………………（3 分）

（2）图略（条形图正确，得 2 分；标出数字 10，得 2 分）；………………………（4 分）

（3）不能．…………………………………………………………………………………（3 分）

21．解：设圆心为点 $O$，连结 $OB$，$OA$，$OA$ 交线段 $BC$ 于点 $D$．………………（1 分）

$\because AB=AC$，$\therefore \overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AC}$．$\therefore OA\perp BC$，且 $BD=DC=\dfrac{1}{2}BC=120$．

……………………………………………………………………………………………（1 分）

由题意，$DA=5$．…………………………………………………………………（1 分）

在 $\mathrm{Rt}\triangle BDO$ 中，$OB^2=OD^2+BD^2$，……………………………………（2 分）

设 $OB=x$ 米，……………………………………………………………………（1 分）

则 $x^2=(x-5)^2+120^2$，………………………………………………………（2 分）

$\therefore x=1442.5$．………………………………………………………………（1 分）

答：滴水湖的半径为 1442.5 米．………………………………………………（1 分）

**四．（本大题共 4 题，满分 50 分）**

22．解：（1）由题意，设点 $A$ 的坐标为 $(a,3a)$，$a>0$．……………………………（1 分）

$\because$ 点 $A$ 在反比例函数 $y=\dfrac{12}{x}$ 的图象上，得 $3a=\dfrac{12}{a}$，………………………（1 分）

解得 $a_1=2$，$a_2=-2$，……………………………………………………………（1 分）

经检验 $a_1=2$，$a_2=-2$ 是原方程的根，但 $a_2=-2$ 不符合题意，舍去．…（1 分）

$\therefore$ 点 $A$ 的坐标为 $(2,6)$．……………………………………………………………（1 分）

（2）由题意，设点 $B$ 的坐标为 $(0,\ m)$．…………………………………………（1 分）

$\because m>0$，$\therefore m=\sqrt{(m-6)^2+2^2}$．…………………………………………………（2 分）

解得 $m=\dfrac{10}{3}$，经检验 $m=\dfrac{10}{3}$ 是原方程的根，$\therefore$ 点 $B$ 的坐标为 $\left(0,\dfrac{10}{3}\right)$．…（1 分）

设一次函数的解析式为 $y=kx+\dfrac{10}{3}$，…………………………………………（1 分）

由于这个一次函数图象过点 $A(2,6)$，$\therefore 6=2k+\dfrac{10}{3}$，得 $k=\dfrac{4}{3}$．…………（1 分）

$\therefore$ 所求一次函数的解析式为 $y=\dfrac{4}{3}x+\dfrac{10}{3}$．………………………………（1 分）

23．证明：（1）$\because$ 在梯形 $ABCD$ 中，$AB=DC$，$\therefore \angle B=\angle C$．………………（2 分）

$\because GF=GC$，$\therefore \angle C=\angle GFC$．……………………………………………（1 分）

$\therefore \angle B=\angle GFC$，$\therefore AB \parallel GF$，即 $AE \parallel GF$．……………………………（1 分）

$\because AE=GF$，$\therefore$ 四边形 $AEFG$ 是平行四边形．………………………………（2 分）

（2）过点 $G$ 作 $GH\perp FC$，垂足为 $H$．…………………………………………（1 分）

$\because GF=GC$，$\therefore \angle FGH=\dfrac{1}{2}\angle FGC$．……………………………………（1 分）

$\because \angle FGC=2\angle EFB$，$\therefore \angle FGH=\angle EFB$．…………………………………（1 分）

$\because \angle FGH+\angle GFH=90^\circ$，$\therefore \angle EFB+\angle GFH=90^\circ$．……………………（1 分）

$\therefore \angle EFG=90^\circ$．……………………………………………………………………（1 分）

$\because$ 四边形 $AEFG$ 是平行四边形，$\therefore$ 四边形 $AEFG$ 是矩形．……………………（1 分）

24．解：（1）由题意，点 $B$ 的坐标为 $(0,2)$，…………………………………………（1 分）

$\therefore OB=2$，$\because \mathrm{tg}\angle OAB=2$，即 $\dfrac{OB}{OA}=2$．

$\therefore OA=1$．$\therefore$ 点 $A$ 的坐标为 $(1,0)$．…………………………………………（2 分）

又 $\because$ 二次函数 $y=x^2+mx+2$ 的图象过点 $A$，$\therefore 0=1^2+m+2$．

解得 $m=-3$，…………………………………………………………………………（1 分）

$\therefore$ 所求二次函数的解析式为 $y=x^2-3x+2$．…………………………………（1 分）

（2）由题意，可得点 $C$ 的坐标为 $(3,1)$，……………………………………………（2 分）

所求二次函数解析式为 $y=x^2-3x+1$．…………………………………………（1 分）

（3）由（2），经过平移后所得图象是原二次函数图象向下平移1个单位后所得的图象，那么对称轴直线 $x=\dfrac{3}{2}$ 不变，且 $BB_1=DD_1=1$．…………………………（1 分）

$\because$ 点 $P$ 在平移后所得二次函数图象上，设点 $P$ 的坐标为 $(x,\ x^2-3x+1)$．

在 $\triangle PBB_1$ 和 $\triangle PDD_1$ 中，$\because S_{\triangle PBB_1}=2S_{\triangle PDD_1}$，

$\therefore$ 边 $BB_1$ 上的高是边 $DD_1$ 上的高的 2 倍．

①当点 $P$ 在对称轴的右侧时，$x=2\left(x-\dfrac{3}{2}\right)$，得 $x=3$，$\therefore$ 点 $P$ 的坐标为 $(3,1)$；

②当点 $P$ 在对称轴的左侧，同时在 $y$ 轴的右侧时，$x=2\left(\dfrac{3}{2}-x\right)$，得 $x=1$，

$\therefore$ 点 $P$ 的坐标为 $(1,-1)$；

③当点 $P$ 在 $y$ 轴的左侧时，$x<0$，又 $-x=2\left(\dfrac{3}{2}-x\right)$，得 $x=3>0$（舍去），

$\therefore$ 所求点 $P$ 的坐标为 $(3,1)$ 或 $(1,-1)$．……………………………………（3 分）

25．（1）证明：$\because AP=2PB=PB+BO=PO$，$\therefore AO=2PO$．

$\therefore \dfrac{AO}{PO}=\dfrac{PO}{BO}=2$．…………………………………………………………（2 分）

$\because PO=CO$，……………………………………………………………………（1 分）

$\therefore \dfrac{AO}{CO}=\dfrac{CO}{BO}$．$\because \angle COA=\angle BOC$，$\therefore \triangle CAO \backsim \triangle BCO$．………………（1 分）

（2）解：设 $OP=x$，则 $OB=x-1$，$OA=x+m$，$\because OP$ 是 $OA$，$OB$ 的比例中项，

$\therefore x^2=(x-1)(x+m)$，……………………………………………………………（1 分）

得 $x=\dfrac{m}{m-1}$，即 $OP=\dfrac{m}{m-1}$．…………………………………………………（1 分）

$\therefore OB=\dfrac{1}{m-1}$．………………………………………………………………………（1 分）

$\because OP$ 是 $OA$，$OB$ 的比例中项，即 $\dfrac{OA}{OP}=\dfrac{OP}{OB}$，

$\because OP = OC$，$\therefore \dfrac{OA}{OC} = \dfrac{OC}{OB}$．…………………………………………………………（1 分）

设圆 $O$ 与线段 $AB$ 的延长线相交于点 $Q$，当点 $C$ 与点 $P$，点 $Q$ 不重合时，

$\because \angle AOC = \angle COB$，$\therefore \triangle CAO \backsim \triangle BCO$．……………………………………（1 分）

$\therefore \dfrac{AC}{BC} = \dfrac{OC}{OB}$．……………………………………………………………………（1 分）

$\therefore \dfrac{AC}{BC} = \dfrac{OC}{OB} = \dfrac{OP}{OB} = m$；当点 $C$ 与点 $P$ 或点 $Q$ 重合时，可得 $\dfrac{AC}{BC} = m$，

$\therefore$ 当点 $C$ 在圆 $O$ 上运动时，$AC : BC = m$；……………………………………（1 分）

（3）解：由（2）得，$AC > BC$，且 $AC - BC = (m-1)BC\ (m>1)$，

$AC + BC = (m+1)BC$，圆 $B$ 和圆 $C$ 的圆心距 $d = BC$，

显然 $BC < (m+1)BC$，$\therefore$ 圆 $B$ 和圆 $C$ 的位置关系只可能相交、内切或内含．

当圆 $B$ 与圆 $C$ 相交时，$(m-1)BC < BC < (m+1)BC$，得 $0 < m < 2$，

$\because m > 1$，$\therefore 1 < m < 2$；……………………………………………………………（1 分）

当圆 $B$ 与圆 $C$ 内切时，$(m-1)BC = BC$，得 $m = 2$；…………………………（1 分）

当圆 $B$ 与圆 $C$ 内含时，$BC < (m-1)BC$，得 $m > 2$．…………………………（1 分）