上海市 2003 年初中毕业高中招生统一考试

数　学　试　卷

一、填空题

1. 8 的平方根是_____.

2. 在 $\sqrt{6}$，$\sqrt{8}$，$\sqrt{\frac{1}{2}}$，$\sqrt{4}$ 中，是最简二次根式的是_____。

3.已知函数 $f(x)=\frac{x+1}{x}$，那么 $f(\sqrt{2}-1)=$_____。

4.分解因式：$a^2-b^2-2a+1=$_____。

5.函数 $y=\frac{\sqrt{1-x}}{x}$ 的定义域是_____。

6.方程 $2+\sqrt{x+2}=-x$ 的根是_____。

7.上海浦东磁悬浮铁路全长 30 千米，单程运行时间约 8 分钟，那么磁悬浮列车的平均速度用科学记数法表示约_____米/分钟。

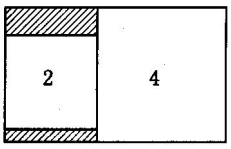
8.在平面直角坐标系内，从反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k>0)$ 的图象上的一点分别作 x、y 轴的垂线段，与 x、y 轴所围成的矩形面积是 12，那么该函数解析式是_____。

9.某公司今年 5 月份的纯利润是 a 万元，如果每个月份纯利润的增长率都是 x，那么预计 7 月份的纯利润将达到_____万元（用代数式表示）。

10.已知圆 O 的弦 AB＝8，相应的弦心距 OC＝3，那么圆 O 的半径等于_____。

11.在△ABC 中，点 D、E 分别在边 AB、AC 上，CD 平分∠ACB，DE∥BC，如果 AC＝10，AE＝4，那么 BC＝_____。

12.如图，矩形内有两个相邻的正方形，面积分别是 4 和 2，那么，阴影部分的面积为_____。



13.正方形 ABCD 的边长为 1。如果将线段 BD 绕着点 B 旋转后，点 D 落在 BC 延长线上的点 D'处，那么 tg∠BAD'＝_____。

14.矩形 ABCD 中，AB＝5，BC＝12。如果分别以 A、C 为圆心的两圆相切，点 D 在圆 C 内，点 B 在圆 C 外，那么圆 A 的半径 r 的取值范围是_____。

二、多项选择题

15.下列命题中正确的是（　　）

（A）有限小数是有理数　　（B）无限小数是无理数

（C）数轴上的点与有理数一一对应　　（D）数轴上的点与实数一一对应

16.已知 0<b<a，那么下列不等式组中无解的是（　　）

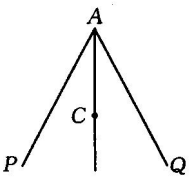
（A）$\begin{cases}x>a\\x<b\end{cases}$　　（B）$\begin{cases}x>-a\\x<-b\end{cases}$　　（C）$\begin{cases}x>a\\x<-b\end{cases}$　　（D）$\begin{cases}x>-a\\x<b\end{cases}$

17. 下列命题中正确的是（　　）

（A）三点确定一个圆　　（B）两个等圆不可能内切

（C）一个三角形有且只有一个内切圆　　（D）一个圆有且只有一个外切三角形

18.已知 AC 平分∠PAQ，如图，点 B、B’分别在边 AP、AQ 上，如果添加一个条件，即可推出 AB＝AB’，那么该条件可以是（　　）



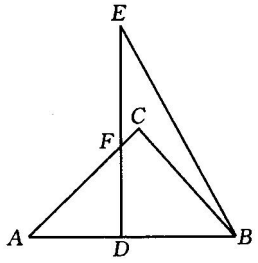
（A）BB’⊥AC　（B）BC＝ B’C （C）∠ACB＝∠AC B’ （D）∠ABC＝∠AB’ C

三、

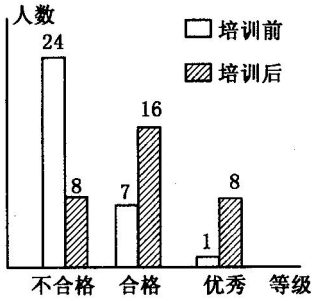
19.已知 $x^2-2x=2$，将下式先简化，再求值：$(x-1)^2+(x+3)(x-3)+(x-3)(x-1)$.

20.解方程组：$\begin{cases}4x^2-y^2=0,\\ x^2-xy+4=0.\end{cases}$

21.将两块三角板如图放置，其中∠C＝∠EDB＝90°，∠A＝45°，∠E＝30°，AB＝DE＝6。求重叠部分四边形 DBCF 的面积。



22.某校初二年级全体 320 名学生在电脑培训前后各参加了一次水平相同的考试，考分都以同一标准划分成“不合格”、“合格”、“优秀”三个等级。为了了解电脑培训的效果，用抽签方式得到其中 32 名学生的两次考试考分等级，所绘制的统计图如图所示。试结合图示信息回答下列问题：



（1）这 32 名学生培训前考分的中位数所在的等级是_____，培训后考分的中位数所在的等级是_____。

（2）这 32 名学生经过培训，考分等级“不合格”的百分比由_____下降到_____。

（3）估计该校整个初二年级中，培训后考分等级为“合格”、“优秀”的学生共有_____名。

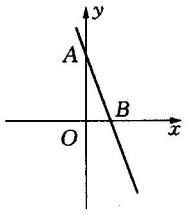
（4）你认为上述估计合理吗？理由是什么？

答：_____，理由：_____。

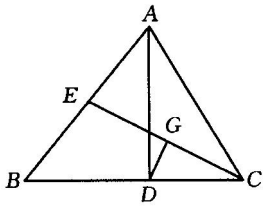
四、

23.已知：一条直线经过点 A（0，4）、点 B（2，0），如图，将这条直线向作平移与 x 轴

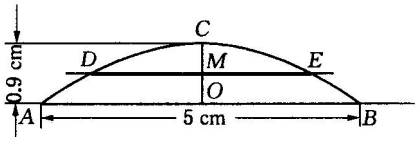
负半轴、y 轴负半轴分别交于点 C、点 D，使 DB＝DC。求：以直线 CD 为图象的函数解析式。

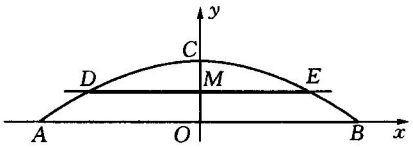


24.已知：如图，△ABC 中，AD 是高，CE 是中线，DC＝BE，DG⊥CE，G 是垂足。求证：（1）G 是 CE 的中点；　（2）∠B＝2∠BCE。



25.卢浦大桥拱形可以近似看作抛物线的一部分，在大桥截面 1∶11000 的比例图上，跨度 AB＝5cm，拱高 OC＝0.9cm，线段 DE 表示大桥拱内桥长，DE∥AB。如图，在比例图上，以直线 AB 为 x 轴，抛物线的对称轴为 y 轴，以 1cm 作为数轴的单位长度，建立平面直角坐标系，如图 8：

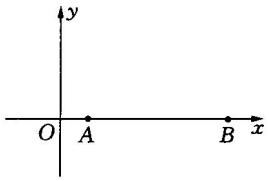




（1）求出图 8 上以这一部分抛物线为图像的函数解析式，写出函数定义域；

（2）如果 DE 与 AB 的距离 OM＝0.45cm，求卢浦大桥拱内实际桥长（备用数据：$\sqrt{2}\approx 1.4$，计算结果精确到 1 米）

26.已知在平面直角坐标系内，O 为坐标原点，A、B 是 x 轴正半轴上的两点，点 A 在点 B 的左侧，如图，二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 的图象经过点 A、B，与 y 轴相交于点 C。



（1）a、c 的符号之间有何关系？

（2）如果线段 OC 的长度是线段 OA、OB 长度的比例中项，试证 a、c 互为倒数；

（3）在（2）的条件下，如果 b＝－4，AB＝$4\sqrt{3}$，求 a、c 的值。

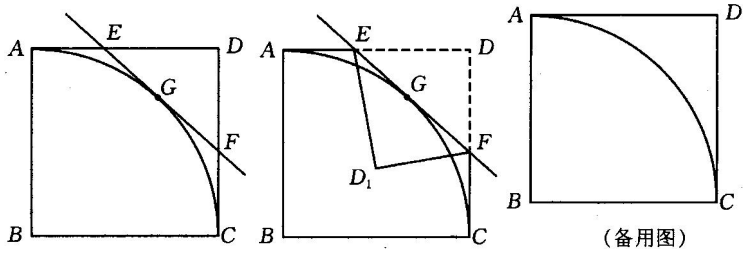
五、

27.如图，在正方形 ABCD 中，AB＝1　，弧 AC 是点 B 为圆心，AB 长为半径的圆的一段弧。点 E 是边 AD 上的任意一点（点 E 与点 A、D 不重合），过 E 作弧 AC 所在圆的切线，交边 DC 于点 F，G 为切点：

（1）当∠DEF＝45°时，求证：点 G 为线段 EF 的中点；

（2）设 AE＝x，FC＝y，求 y 关于 x 的函数解析式，并写出函数的定义域；

（3）将△DEF 沿直线 EF 翻折后得△D_1EF，如图，当 $EF=\frac{5}{6}$ 时，讨论△AD_1D 与△ED_1F 是否相似，如果相似，请加以证明；如果不相似，只要求写出结论，不要求写出理由。



上 海 市

1. $\pm2\sqrt{2}$. **2.** $\sqrt{6}$. **3.** $2+\sqrt{2}$. **4.** $(a-b-1)(a+b-1)$. **5.** $x\leqslant1$ 且 $x\neq0$. **6.** $x=-2$. **7.** 3.75×10^3. **8.** $y=\frac{12}{x}$. **9.** $a(1+x)^2$. **10.** 5. **11.** 15. **12.** $2\sqrt{2}-2$. **13.** $\sqrt{2}$. **14.** $1<r<8$ 或 $18<r<25$. **15.** A、D. **16.** A、C. **17.** B、C. **18.** A、C、D. **19.** 原式 $=x^2-2x+1+x^2-9+x^2-4x+3=3x^2-6x-5$；解法一：化为 $3(x^2-2x)-5$，$\because x^2-2x=2$，$\therefore$ 原式 $=3\times2-5=1$. 解法二：从 $x^2-2x=2$ 中解得 $x=1\pm\sqrt{3}$，分别代入. **20.** 由①，得 $(2x+y)(2x-y)=0$，$\therefore 2x+y=0$，$2x-y=0$. 它们与方程②分别组成两个方程组：$\begin{cases}2x+y=0,\\x^2-xy+4=0;\end{cases}$（*） $\begin{cases}2x-y=0,\\x^2-xy+4=0.\end{cases}$（**）分别解这两个方程组，可知方程组（*）无解；方程组（**）的解是 $\begin{cases}x_1=2,\\y_1=4;\end{cases}$ $\begin{cases}x_2=-2,\\y_2=-4.\end{cases}$ 所以原方程组的解是 $\begin{cases}x_1=2,\\y_1=4;\end{cases}$ $\begin{cases}x_2=-2,\\y_2=-4.\end{cases}$ **21.** 在△EDB 中，$\because\angle EDB=90°$，$\angle E=30°$，$DE=6$，$\therefore DB=DE\cdot\tan30°=6\times\frac{\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}$，$\therefore AD=AB-DB=6-2\sqrt{3}$. 又$\because\angle A=45°$，$\therefore\angle AFD=45°$，得 $FD=AD$. $\therefore S_{\triangle ADF}=\frac{1}{2}AD^2=\frac{1}{2}\times(6-2\sqrt{3})^2=24-12\sqrt{3}$. 在等腰直角三角形 ABC 中，斜边 $AB=6$，所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{4}AB^2=9$. $\therefore S_{四边形DBCF}=S_{\triangle ABC}-S_{\triangle ADF}=9-(24-12\sqrt{3})=12\sqrt{3}-15$. **22.** (1)不合格，合格；(2)75%，25%；(3)240；(4)合理，该样本是随机样本(或该样本具有代表性). **23.** 设以直线 AB 为图象的一次函数解析式为 $y=kx+b$. 因为直线 AB 经过点(0，4)、点(2，0)，所以得方程组 $\begin{cases}4=b,\\0=2k+b.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=-2,\\b=4.\end{cases}$ 所以以直线 AB 为图象的一次函数解析式为 $y=-2x+4$. 由于 $CD\ //\ AB$，设以直线 CD 为图象的一次函数解析式为 $y=-2x+b'$. 解法一：由于 $DB=DC$，$DO\perp CB$，$\therefore OB=OC$. 所以点 C 的坐标是(−2，0)，得 $b'=-4$. 所以以直线 CD 为图象的一次函数解析式为 $y=-2x-4$. 解法二：由题意，得点 D 的坐标是(0，b')，点 C 的坐标是 $\left(\frac{b'}{2},0\right)$. $\because DB=DC$，$\therefore\sqrt{2^2+(b')^2}=\sqrt{(b')^2+\left(\frac{b'}{2}\right)^2}$. 解得 $b'=\pm4$. 因为点 D' 与点 A 不重合，所以 $b'=4$ 舍去. 因此以直线 CD 为图象的一次函数解析式为 $y=-2x-4$. **24.** (1) 如图 1，连结 DE. $\because\angle ADB=90°$，E 是 AB 的中点，$\therefore DE=AE=BE$. 又$\because DC=BE$，$\therefore DC=DE$. 又因为 $DG\perp CE$，所以 G 是 CE 中点. (2) $\because DE=DC$，$\therefore\angle DCE=\angle DEC$，$\therefore\angle EDB=\angle DEC+\angle DCE=2\angle BCE$. 又$\because DE=BE$，$\therefore\angle B=\angle EDB$，$\therefore\angle B=2\angle BCE$. **25.** (1) 由于顶点 C 在 y 轴上，所以设以这部分抛物线为图象的函数解析式为 $y=ax^2+\frac{9}{10}$. 因为点 $A\left(-\frac{5}{2},0\right)$（或 $B\left(\frac{5}{2},0\right)$）在抛物线上，所以 $0=a\cdot\left(-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{9}{10}$，得 $a=-\frac{18}{125}$. 因此所求函数解析式为 $y=-\frac{18}{125}x^2+\frac{9}{10}\left(-\frac{5}{2}\leqslant x\leqslant\frac{5}{2}\right)$；(2) 因为点 D、E 的纵坐标为 $\frac{9}{20}$，所以 $\frac{9}{20}=-\frac{18}{125}x^2+\frac{9}{10}$，得 $x=\pm\frac{5}{4}\sqrt{2}$. 所以点 D 的坐标为 $\left(-\frac{5}{4}\sqrt{2},\frac{9}{20}\right)$，点 E 的坐标为

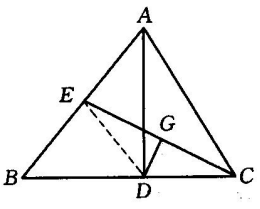


图 1

$\left(\frac{5}{4}\sqrt{2}, \frac{9}{20}\right)$. 所以 $DE = \frac{5}{4}\sqrt{2} - \left(-\frac{5}{4}\sqrt{2}\right) = \frac{5\sqrt{2}}{2}$. 因此卢浦大桥拱内实际桥长为 $\frac{5\sqrt{2}}{2} \times 11\,000 \times 0.01$ $= 275\sqrt{2} \approx 385$(米). **26.** (1) 解:$a$、$c$ 同号(或当 $a>0$ 时,$c>0$;当 $a<0$ 时,$c<0$). (2) 证明:设点 A 的坐标为$(x_1, 0)$,点 B 的坐标为$(x_2, 0)$,则 $0 < x_1 < x_2$. $\therefore OA = x_1$, $OB = x_2$, $OC = |c|$. 据题意,x_1、x_2 是方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的两个根. $\therefore x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$. 由题意,得 $OA \cdot OB = OC^2$,即 $\frac{c}{a} = |c|^2$ $= c^2$. $\because c \neq 0$, $\therefore c = \frac{1}{a}$,即 $ac = 1$. 所以当线段 OC 长是线段 OA、OB 长的比例中项时,a、c 互为倒数. (3) 解:当 $b = -4$ 时,由(2)知,$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{4}{a} > 0$, $\therefore a > 0$. 解法一:$AB = OB - OA = x_2 - x_1$ $= \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2}$, $\therefore AB = \sqrt{\left(\frac{4}{a}\right)^2 - 4\left(\frac{c}{a}\right)} = \sqrt{\frac{16 - 4ac}{a^2}} = \frac{2\sqrt{3}}{a}$. $\because AB = 4\sqrt{3}$, $\therefore \frac{2\sqrt{3}}{a} =$ $4\sqrt{3}$. 得 $a = \frac{1}{2}$, $\therefore c = 2$. 解法二:由求根公式,$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4ac}}{2a} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4}}{2a} = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{a}$, $\therefore x_1 =$ $\frac{2 - \sqrt{3}}{a}$, $x_2 = \frac{2 + \sqrt{3}}{a}$. $\therefore AB = OB - OA = x_2 - x_1 = \frac{2 + \sqrt{3}}{a} - \frac{2 - \sqrt{3}}{a} = \frac{2\sqrt{3}}{a}$. $\because AB = 4\sqrt{3}$, $\therefore \frac{2\sqrt{3}}{a} =$ $4\sqrt{3}$. 得 $a = \frac{1}{2}$, $\therefore c = 2$. **27.** (1) 证明:$\because \angle DEF = 45°$,得 $\angle DFE = 90° - \angle DEF = 45°$, $\therefore \angle DFE$ $= \angle DEF$, $\therefore DE = DF$. 又 $\because AD = DC$, $\therefore AE = FC$. 因为 AB 是圆 B 的半径,$AD \perp AB$,所以 AD 切圆 B 于点 A;同理,CD 切圆 B 于点 C. 又因为 EF 切圆 B 于点 G,所以 $AE = EG$, $FC = FG$. 因此 $EG = FG$,即点 G 为线段 EF 的中点. (2) 解:$\because EG = AE = x$, $FG = CF = y$, $\therefore ED = 1 - x$, $FD = 1 - y$. 在 Rt$\triangle DEF$ 中,由 $ED^2 + FD^2 = EF^2$,得 $(1-x)^2 + (1-y)^2 = (x+y)^2$. $\therefore y = \frac{1-x}{1+x} (0 < x < 1)$. (3) 解:当 $EF = \frac{5}{6}$ 时,由(2)得 $EF = EG + FG = AE + FC = x + \frac{1-x}{1+x} = \frac{5}{6}$. 得 $x_1 = \frac{1}{3}$ 或 $x_2 = \frac{1}{2}$,即 $AE = \frac{1}{3}$ 或 $AE = \frac{1}{2}$. ① 当 $AE = \frac{1}{2}$ 时,$\triangle AD_1D \backsim$ $\triangle ED_1F$. 证明如下:设直线 EF 交线段 DD_1 于点 H,如图 2. 据题意,$\triangle EDF \cong$ $\triangle ED_1F$; $EF \perp DD_1$ 且 $DH = D_1H$. $\because AE = \frac{1}{2}$, $AD = 1$,得 $AE = ED$, $\therefore$ $EH \parallel AD_1$. $\therefore \angle D_1AD = \angle FED = \angle FED_1$, $\angle AD_1D = \angle EHD = 90°$. 又 $\because$ $\angle ED_1F = \angle EDF = 90°$, $\therefore \angle ED_1F = \angle AD_1D$. $\therefore \triangle AD_1D \backsim \triangle ED_1F$. ② 当 $AE = \frac{1}{3}$ 时,$\triangle AD_1D$ 与 $\triangle ED_1F$ 不相似.

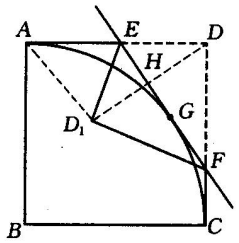


图 2