2004年上海市中考数学卷

一. 填空题：（28分）

1. 计算：$(a-2b)(a+2b)=$______________。

2. 不等式组$\begin{cases}2x-3<0\\3x+2>0\end{cases}$的整数解是_______________。

3. 函数$y=\dfrac{x}{\sqrt{x+1}}$的定义域是________________。

4. 方程$\sqrt{7-x}=x-1$的根是_______________。

5. 用换元法解方程$x^2+\dfrac{1}{x^2}+x+\dfrac{1}{x}=4$，可设$y=x+\dfrac{1}{x}$，则原方程化为关于y的整式方程是_______________。

6. 一个射箭运动员连续射靶5次，所得环数分别是8，6，7，10，9，则这个运动员所得环数的标准差为_______________。

7. 已知$a<b<0$，则点$A(a-b，b)$在第____________象限。

8. 正六边形是轴对称图形，它有_____________条对称轴。

9. 在△ABC中，点D、E分别在边AB、AC上，DE//BC，AD=1，BD=2，则$S_{\Delta ADE}$：$S_{\Delta ABC}=$______________。

10. 在△ABC中，$\angle A=90°$，设$\angle B=\theta，AC=b，则AB=$___________（用b和θ的三角比表示）。

11. 某山路的路面坡度$I=1$：$\sqrt{399}$，沿此山路向上前进200米，升高了__________米。

12. 在△ABC中，点G为重心，若BC边上的高为6，则点G到BC边的距离为______。

13. 直角三角形的两条边长分别为6和8，那么这个三角形的外接圆半径等于_________。

14. 如图1所示，边长为3的正方形ABCD绕点C按顺时针方向旋转30°后得到正方形EFCG，EF交AD于点H，那么DH的长为______________。

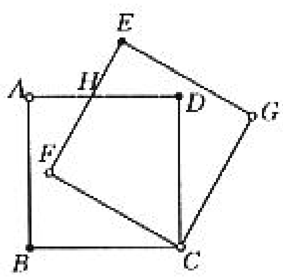


图1

二. 多项选择题：（12 分）

15. 下列运算中，计算结果正确的是（　　）

A. $a^4 \cdot a^3 = a^7$

B. $a^6 \div a^3 = a^2$

C. $\left(a^3\right)^2 = a^5$

D. $a^3 \cdot b^3 = \left(a \cdot b\right)^3$

16. 如图 2 所示，在△ABC 中，AB=AC，$\angle A = 36^\circ$，BD 平分$\angle ABC$，$DE // BC$，那么在下列三角形中，与△ABC 相似的三角形是（　　）

A. △DBE　　　　B. △ADE

C. △ABD　　　　D. △BDC

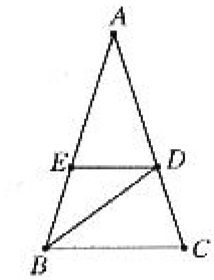


图 2

17. 下列命题中，正确的是（　　）

A. 一个点到圆心的距离大于这个圆的半径，这个点在圆外；

B. 一条直线垂直于圆的半径，这条直线一定是圆的切线；

C. 两个圆的圆心距等于它们的半径之和，这两个圆有三条公切线；

D. 圆心到一条直线的距离小于这个圆的半径，这条直线与圆有两个交点。

18. 在函数 $y = \frac{k}{x}(k > 0)$ 的图象上有三点 $A_1(x_1, y_1)$、$A_2(x_2, y_2)$、$A_3(x_3, y_3)$，已知 $x_1 < x_2 < 0 < x_3$，则下列各式中，正确的是（　　）

A. $y_1 < 0 < y_3$

B. $y_3 < 0 < y_1$

C. $y_2 < y_1 < y_3$

D. $y_3 < y_1 < y_2$

三. （本大题共 4 题，每题 7 分，满分 28 分）

19. 化简：$\sqrt{18} + \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1} - 4\sqrt{\frac{1}{8}}$

20. 关于 x 的一元二次方程 $mx^2-(3m-1)x+2m-1=0$，其根的判别式的值为 1，求 m 的值及该方程的根。

21. 如图 3 所示，等腰梯形 ABCD 中，AD//BC，$\angle DBC=45^{\circ}$，翻折梯形 ABCD，使 B 重合于点 D，折痕分别交边 AB、BC 于点 F、E。若 AD=2，BC=8，求：

（1）BE 的长；

（2）$\angle CDE$ 的正切值。

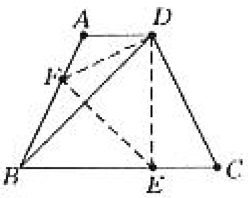


图 3

22. 某区从参加数学质量检测的 8000 名学生中，随机抽取了部分学生的成绩作为样本，为了节省时间，先将样本分成甲、乙两组，分别进行分析，得到表一：随后汇总整个样本数据，得到部分结果，如表二。

表一

	甲组	乙组
人数（人）	100	80
平均分（分）	94	90

表二

分数段	$[0,60)$	$[60,72)$	$[72,84)$	$[84,96)$	$[96,108)$	$[108,120)$
频数	3	6	36		50	13
频率			20%	40%		
等第	C		B		A	

请根据表一、表二所示信息回答下列问题：

（1）样本中，学生数学成绩平均分为________分（结果精确到 0.1）；

（2）样本中，数学成绩在 $[84,96)$ 分数段的频数为________，等第为 A 的人数占抽样学生总人数的百分比为________，中位数所在的分数段为________；

（3）估计这 8000 名学生数学成绩的平均分约为________分（结果精确到 0.1）。

四. （本大题共 4 题，每题 10 分，满分 40 分）

23. 在直角坐标平面内，点 O 为坐标原点，二次函数 $y=x^2+(k-5)x-(k+4)$ 的图象交

x 轴于点 $A(x_1, 0)$、$B(x_2, 0)$，且$(x_1+1)(x_2+1)=-8$。

（1）求二次函数的解析式；

（2）将上述函数图象沿 x 轴向右平移 2 个单位，设平移后的图象与 y 轴的交点为 C，顶点为 P，求△POC 的面积。

24. 如图 4 所示，在△ABC 中，$\angle BAC=90^\circ$，延长 BA 到点 D，使 $AD=\frac{1}{2}AB$，点 E、F 分别为 BC、AC 的中点。

（1）求证：DF=BE；

（2）过点 A 作 AG//BC，交 DF 于点 G，求证：AG=DG。

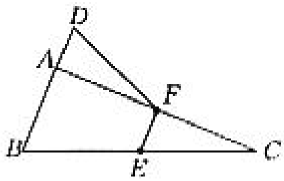


图 4

25. 为加强防汛工作，市工程队准备对苏州河一段长为 2240 米的河堤进行加固，由于采用新的加固模式，现在计划每天加固的长度比原计划增加了 20 米，因而完成此段加固工程所需天数将比原计划缩短 2 天。为进一步缩短该段加固工程的时间，如果要求每天加固 224 米，那么在现在计划的基础上，每天加固的长度还要再增加多少米？

26. 在△ABC 中，$\angle BAC=90^\circ$，$AB=AC=2\sqrt{2}$，圆 A 的半径为 1，如图 5 所示，若点 O 在 BC 边上运动（与点 B、C 不重合），设 BO=x，△AOC 的面积为 y。

（1）求 y 关于 x 的函数解析式，并写出函数的定义域；

（2）以点 O 为圆心，BO 长为半径作圆 O，求当圆 O 与圆 A 相切时，△AOC 的面积。

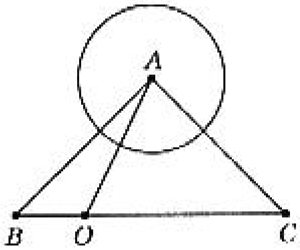


图 5

五. （本大题只有 1 题，满分 12 分，（1）小题满分为 6 分，（2）（3）小题满分均为 3 分）

27. 数学课上，老师出示图 6 和下面框中条件。

如图 6 所示，在直角坐标平面内，O 为坐标原点，A 点坐标为（1，0），点 B 在 x 轴上且在点 A 的右侧，AB=OA。过点 A 和 B 作 x 轴的垂线，分别交二次函数 $y=x^2$ 的图象于点 C 和 D。直线 OC 交 BD 于点 M，直线 CD 交 y 轴于点 H。记点 C、D 的横坐标分别为 x_C、x_D，点 H 的纵坐标为 y_H。

同学发现两个结论：

①$S_{\Delta CMD}$：$S_{梯形ABMC}=2$：3；

②数值相等关系：$x_C \cdot x_D = -y_H$。

（1）请你验证结论①和结论②成立；

（2）请你研究：如果将上述框中的条件“A 点坐标（1，0）”改为“A 点坐标为 $(t，0)$，$(t>0)$”，其他条件不变，结论①是否仍成立？（请说明理由）

（3）进一步研究：如果将上述框中的条件“A 点坐标（1，0）”改为“A 点坐标为 $(t，0)$，$(t>0)$”，又将条件“$y=x^2$”改为“$y=ax^2(a>0)$”，其他条件不变，那么 x_C、x_D 和 y_H 有怎么样的数值关系？（写出结果并说明理由）

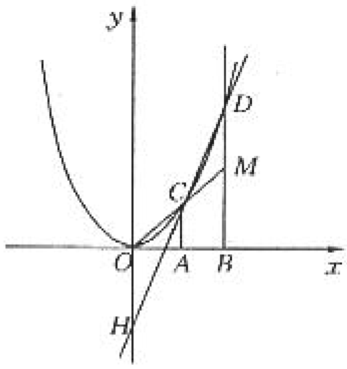


图 6

【试题答案】

一. 填空题

1. a^2-4b^2　　2. 0，1

3. $\{x|x>-1\}$　　4. $x=3$

5. $y^2+y-6=0$　　6. $\sqrt{2}$

7. 三　　8. 6

9. 1：9　　10. $b\cdot ctg\theta$ 或 $b\cdot\tan\theta$

11. 10　　12. 2

13. 5 或 4　　14. $\sqrt{3}$

二. 选择题

15. AD　　16. BD　　17. ACD　　18. AC

三. 解答题

19. 解：$\sqrt{18}+\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}-4\sqrt{\frac{1}{8}}$

$=3\sqrt{2}+3-2\sqrt{2}-\sqrt{2}$

$=3$

20. 解：$mx^2-(3m-1)x+2m-1=0$

由题意得 $m\neq 0$，$\Delta=b^2-4ac=(3m-1)^2-4m(2m-1)=1$

$\Rightarrow 9m^2-6m+1-8m^2+4m-1=0$

$m^2-2m=0$，$m=0$（舍）或$m=2$

则原方程变为$2x^2-5x+3=0$

$x_1=\frac{3}{2}$，$x_2=1$

21. 解：（1）设 $BE=x$，则$EC=8-x$

$\because \angle PBE=45^\circ$ ，B点折后又于D点重合

$\therefore BE = DE$

$\therefore \angle EDB = 45^\circ$

$\therefore DE \perp BC$，则$EC = \dfrac{8-2}{2} = 3$

$\therefore EC = 8 - x = 3$

$\therefore x = 5$，即$BE = 5$

（2）$CE = 3$，$DE = BE = 5$

$\therefore \tan \angle CDE = \dfrac{CE}{DE} = \dfrac{3}{5}$

即 $\angle CDE$ 的正切值为$\dfrac{3}{5}$

22. 92.2，72，35%，$[84，96)$，92.2

23. 解：（1）二次函数$y = x^2 + (k-5)x - (k+4)$

$(x_1 + 1)(x_2 + 1) = -8$

$x_1x_2 + x_1 + x_2 + 1 = -8$

即$x_1 + x_2 + x_1x_2 = -9$

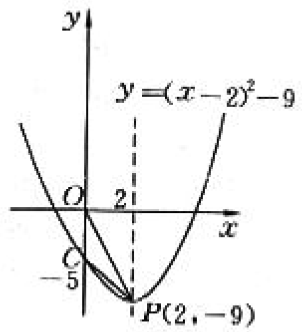
$-(k-5) - (k+4) = -9$

$\therefore k = 5$

即二次函数的解析式为$y = x^2 - 9$

（2）平移后为$y = (x-2)^2 - 9$ 顶点 $P(2，-9)$，$C(0，-5)$

$S_{POC} = \dfrac{1}{2} \times 5 \times 2 = 5$



24. 证明：（1）过 E 作 $EM // AF$

$\because E$ 是中点

$\therefore$M 是 AB 的中点

$\because AD = \frac{1}{2}AB$，$BM = \frac{1}{2}AB$

$\therefore AD = BM$

$\angle EMB = \angle FAD = 90^\circ$ ，$AF = EM$

则 $Rt\Delta ADF \cong Rt\Delta BEM$，则$BE = DF$

（2）画出线段 AG

$\because \Delta AFD \cong \Delta FCE$

$\therefore \angle D = \angle FEC$，又 $\because FE // AB$

$\therefore \angle FEC = \angle B$，又 $\because AG // BC$，

$\therefore \angle B = \angle DAG$

$\therefore \angle D = \angle DAG$

$\therefore AG = DG$

25. 解：设原计划每天加固 xm，则现在计划为$x + 20m$由题意可得：

$$\frac{2240}{x+20} = \frac{2240}{x} - 2$$

解得：$x = 140m$

那么现计划为$140 + 20 = 160m$

则$224 - 160 = 64m$

答：每天加固的长度还要再增加 64m。

26. 解：（1）在 $Rt\Delta ABC$中，$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{8+8} = 4$

$\because BO = x$，则$OC = 4 - x$，过A作$AF \perp BC$于F

则$AF = FC = 2$

$\therefore S_{\Delta AOC} = \frac{1}{2}OC \cdot AF = \frac{1}{2}(4-x) \times 2 = 4 - x$

则$y = 4 - x.(0 < x < 4)$

（2）当点 O 与点 H 重合时，圆 O 与圆 A 相交，不合题意；当点 O 与点 H 不重合时，在 $Rt\Delta AOH$ 中，$AO^2 = AH^2 + OH^2 = 4 + |2-x|^2 = x^2 - 4x + 8$

∵圆 A 的半径为 1，圆 O 的半径为 x

∴①当圆 A 与圆 O 外切时，$(x+1)^2 = x^2 - 4x + 8$

解得：$x = \frac{7}{6}$

此时△AOC 的面积$y = 4 - \frac{7}{6} = \frac{17}{6}$

②当圆 A 与圆 O 内切时，$(x-1)^2 = x^2 - 4x + 8$

解得 $x=\frac{7}{2}$

此时△AOC 的面积 $y=4-\frac{7}{2}=\frac{1}{2}$

∴当圆 A 与圆 O 相切时，△AOC 的面积为 $\frac{17}{6}$ 或 $\frac{1}{2}$。

27. 解：（1）由已知可得点 B 的坐标为（2，0），点 C 的坐标为（1，1），点 D 的坐标为（2，4），由点 C 坐标为（1，1）易得直线 OC 的函数解析式为 $y=x$

∴点 M 的坐标为（2，2）

$\therefore S_{\Delta CMD}=1$，$S_{梯形ABMC}=\frac{3}{2}$

$\therefore S_{CMD}$：$S_{梯形ABMC}=2$：3

即结论①成立；

设直线 CD 的函数解析式为 $y=kx+b$

则 $\begin{cases}k+b=1\\2k+b=4\end{cases}$，得 $\begin{cases}k=3\\b=-2\end{cases}$

∴直线 CD 的函数解析式为 $y=3x-2$；

由上述可得，点 H 的坐标为（0，-2），$y_H=-2$

$\because x_C\bullet x_D=2$

$\therefore x_C\bullet x_D=-y_H$

即结论②成立；

（2）结论①仍成立

∵点 A 的坐标为 $(t，0)(t>0)$，则点 B 坐标为（$2t$，0），从而点 C 坐标为 $(t，t^2)$，点 D 坐标为 $(2t，4t^2)$，设直线 OC 的函数解析式为 $y=kx$，则 $t^2=kt$，得 $k=t$

∴直线 OC 的函数解析式为 $y=tx$

设点 M 的坐标为（$2t$，y）

∵点 M 在直线 OC 上，

∴当 $x=2t$ 时，$y=2t^2$，点 M 的坐标为（$2t$，$2t^2$）

$\therefore S_{\Delta CMD}$：$S_{梯形ABMC}=\frac{1}{2}\bullet 2t^2\bullet t$：$\frac{t}{2}(t^2+2t^2)=2$：3

∴结论①仍成立；

（3）$x_C\bullet x_D=-\frac{1}{a}y_H$

由题意，当二次函数的解析式为 $y=ax^2(a>0)$，且点 A 坐标为（t，0）（$t>0$）时，

点 C 坐标为（t，at^2），点 D 坐标为（$2t$，$4at^2$），设直线 CD 的函数解析式为 $y=kx+b$

则 $\begin{cases} kt+b=at^2 \\ 2kt+b=4at^2 \end{cases}$，得 $\begin{cases} k=3at \\ b=-2at^2 \end{cases}$

∴直线 CD 的函数解析式为 $y=3atx-2at^2$

则点 H 的坐标为（0，$-2at^2$），$y_H=-2at^2$

$\because x_C \bullet x_D = 2t^2$

$\therefore x_C \bullet x_D = -\dfrac{1}{a} y_H$