

# 2009 年上海市初中毕业统一学业考试

## 数 学 卷

(满分 150 分, 考试时间 100 分钟)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题;
2. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.】

1. 计算  $(a^3)^2$  的结果是 ( )

- A.  $a^5$       B.  $a^6$       C.  $a^8$       D.  $a^9$

2. 不等式组  $\begin{cases} x+1 > 0, \\ x-2 < 1 \end{cases}$  的解集是 ( )

- A.  $x > -1$       B.  $x < 3$       C.  $-1 < x < 3$       D.  $-3 < x < 1$

3. 用换元法解分式方程  $\frac{x-1}{x} - \frac{3x}{x-1} + 1 = 0$  时, 如果设  $\frac{x-1}{x} = y$ , 将原方程化为关于  $y$  的整式方程, 那么这个整式方程是 ( )

- A.  $y^2 + y - 3 = 0$       B.  $y^2 - 3y + 1 = 0$

- C.  $3y^2 - y + 1 = 0$       D.  $3y^2 - y - 1 = 0$

4. 抛物线  $y = 2(x+m)^2 + n$  ( $m, n$  是常数) 的顶点坐标是 ( )

- A.  $(m, n)$       B.  $(-m, n)$       C.  $(m, -n)$       D.  $(-m, -n)$

5. 下列正多边形中, 中心角等于内角的是 ( )

- A. 正六边形      B. 正五边形      C. 正四边形      D. 正三角形

6. 如图 1, 已知  $AB \parallel CD \parallel EF$ , 那么下列结论正确的是 ( )

- A.  $\frac{AD}{DF} = \frac{BC}{CE}$       B.  $\frac{BC}{CE} = \frac{DF}{AD}$   
C.  $\frac{CD}{EF} = \frac{BC}{BE}$       D.  $\frac{CD}{EF} = \frac{AD}{AF}$

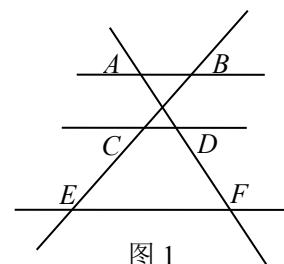


图 1

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

【请将结果直线填入答题纸的相应位置】

7. 分母有理化： $\frac{1}{\sqrt{5}} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

8. 方程  $\sqrt{x-1} = 1$  的根是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

9. 如果关于  $x$  的方程  $x^2 - x + k = 0$  ( $k$  为常数) 有两个相等的实数根，那么  $k = \underline{\hspace{2cm}}$ .

10. 已知函数  $f(x) = \frac{1}{1-x}$ ，那么  $f(3) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

11. 反比例函数  $y = \frac{2}{x}$  图像的两支分别在第  $\underline{\hspace{2cm}}$  象限.

12. 将抛物线  $y = x^2 - 2$  向上平移一个单位后，得以新的抛物线，那么新的抛物线的表达式是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

13. 如果从小明等 6 名学生中任选 1 名作为“世博会”志愿者，那么小明被选中的概率是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

14. 某商品的原价为 100 元，如果经过两次降价，且每次降价的百分率都是  $m$ ，那么该商品现在的价格是  $\underline{\hspace{2cm}}$  元（结果用含  $m$  的代数式表示）.

15. 如图 2，在  $\triangle ABC$  中， $AD$  是边  $BC$  上的中线，设向量  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ，

$\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ ，如果用向量  $\vec{a}$ ， $\vec{b}$  表示向量  $\overrightarrow{AD}$ ，那么  $\overrightarrow{AD} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

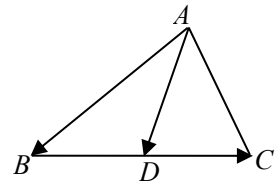


图 2

16. 在圆  $O$  中，弦  $AB$  的长为 6，它所对应的弦心距为 4，那么半径  $OA = \underline{\hspace{2cm}}$ .

17. 在四边形  $ABCD$  中，对角线  $AC$  与  $BD$  互相平分，交点为  $O$ . 在不添加任何辅助线的前提下，要使四边形  $ABCD$  成为矩形，还需添加一个条件，这个条件可以是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

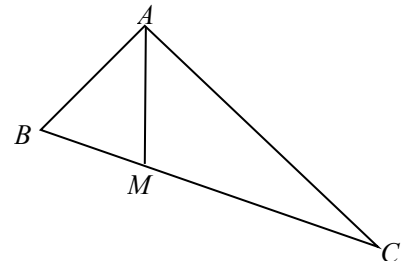


图 3

18. 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = 3$ ， $M$  为边  $BC$  上的点，联结  $AM$ （如图 3 所示）. 如果将  $\triangle ABM$  沿直线  $AM$  翻折后，点  $B$  恰好落在边  $AC$  的中点处，那么点  $M$  到  $AC$  的距离是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. （本题满分 10 分）

计算： $\frac{2a+2}{a-1} \div (a+1) - \frac{a^2-1}{a^2-2a+1}$ .

20. (本题满分 10 分)

解方程组: 
$$\begin{cases} y - x = 1, & \text{①} \\ 2x^2 - xy - 2 = 0. & \text{②} \end{cases}$$

21. (本题满分 10 分, 每小题满分各 5 分)

如图 4, 在梯形  $ABCD$  中,  $AD \parallel BC$ ,  $AB = DC = 8$ ,  $\angle B = 60^\circ$ ,  $BC = 12$ , 联结  $AC$ .

(1) 求  $\tan \angle ACB$  的值;

(2) 若  $M$ 、 $N$  分别是  $AB$ 、 $DC$  的中点, 联结  $MN$ , 求线段  $MN$  的长.

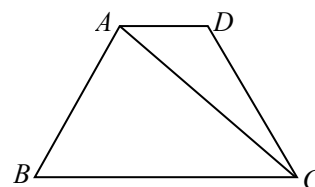


图 4

22. (本题满分 10 分, 第 (1) 小题满分 2 分, 第 (2) 小题满分 3 分, 第 (3) 小题满分 2 分, 第 (4) 小题满分 3 分)

为了了解某校初中男生的身体素质状况, 在该校六年级至九年级共四个年级的男生中, 分别抽取部分学生进行“引体向上”测试. 所有被测试者的“引体向上”次数情况如表一所示; 各年级的被测试人数占所有被测试人数的百分率如图 5 所示(其中六年级相关数据未标出).

次数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
人数	1	1	2	2	3	4	2	2	2	0	1

表一

根据上述信息, 回答下列问题 (直接写出结果):

(1) 六年级的被测试人数占所有被测试人数的百分率是\_\_\_\_\_;

(2) 在所有被测试者中, 九年级的人数是\_\_\_\_\_;

(3) 在所有被测试者中, “引体向上”次数不小于 6 的人数所占的百分率是\_\_\_\_\_;

(4) 在所有被测试者的“引体向上”次数中, 众数是\_\_\_\_\_.

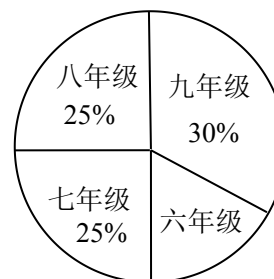


图 5

23. (本题满分 12 分, 每小题满分各 6 分)

已知线段  $AC$  与  $BD$  相交于点  $O$ , 联结  $AB$ 、 $DC$ ,  $E$  为  $OB$  的中点,  $F$  为  $OC$  的中点, 联结  $EF$  (如图 6 所示).

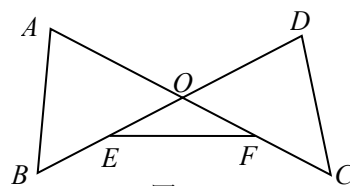


图 6

(1) 添加条件  $\angle A = \angle D$ ,  $\angle OEF = \angle OFE$ , 求证:  $AB = DC$ .

(2) 分别将 “ $\angle A = \angle D$ ” 记为①, “ $\angle OEF = \angle OFE$ ” 记为②, “ $AB = DC$ ” 记为③, 添加条件①、③, 以②为结论构成命题 1, 添加条件②、③, 以①为结论构成命题 2. 命题 1 是\_\_\_\_\_命题, 命题 2 是\_\_\_\_\_命题 (选择 “真” 或 “假” 填入空格).

24. (本题满分 12 分, 每小题满分各 4 分)

在直角坐标平面内,  $O$  为原点, 点  $A$  的坐标为  $(1,0)$ , 点  $C$  的坐标为  $(0,4)$ , 直线  $CM \parallel x$  轴 (如图 7 所示). 点  $B$  与点  $A$  关于原点对称, 直线  $y = x + b$  ( $b$  为常数) 经过点  $B$ , 且与直线  $CM$  相交于点  $D$ , 联结  $OD$ .

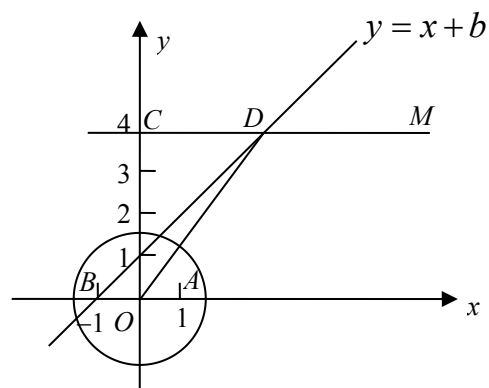


图 7

- (1) 求  $b$  的值和点  $D$  的坐标;
- (2) 设点  $P$  在  $x$  轴的正半轴上, 若  $\triangle POD$  是等腰三角形, 求点  $P$  的坐标;
- (3) 在 (2) 的条件下, 如果以  $PD$  为半径的圆  $P$  与圆  $O$  外切, 求圆  $O$  的半径.

25. (本题满分 14 分, 第 (1) 小题满分 4 分, 第 (2) 小题满分 5 分, 第 (3) 小题满分 5 分)

已知  $\angle ABC = 90^\circ$ ,  $AB = 2$ ,  $BC = 3$ ,  $AD \parallel BC$ ,  $P$  为线段  $BD$  上的动点, 点  $Q$  在射线  $AB$  上, 且满足  $\frac{PQ}{PC} = \frac{AD}{AB}$  (如图 8 所示).

(1) 当  $AD = 2$ , 且点  $Q$  与点  $B$  重合时 (如图 9 所示), 求线段  $PC$  的长;

(2) 在图 8 中, 联结  $AP$ . 当  $AD = \frac{3}{2}$ , 且点  $Q$  在线段  $AB$  上时, 设点  $B$ 、 $Q$  之间的距离为  $x$ ,  $\frac{S_{\triangle APQ}}{S_{\triangle PBC}} = y$ , 其中  $S_{\triangle APQ}$  表示  $\triangle APQ$  的面积,  $S_{\triangle PBC}$  表示  $\triangle PBC$  的面积, 求  $y$  关于  $x$  的函数解析式, 并写出函数定义域;

(3) 当  $AD < AB$ , 且点  $Q$  在线段  $AB$  的延长线上时 (如图 10 所示), 求  $\angle QPC$  的大小.

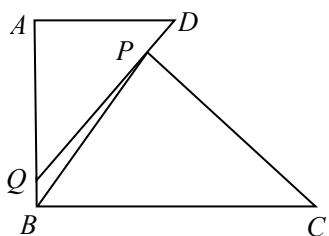


图 8

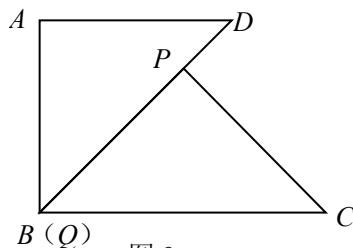


图 9

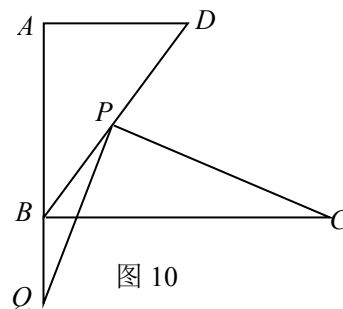


图 10