

2011 年上海市初中毕业统一学业考试数学卷

(满分 150 分 考试时间 100 分钟)

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 共 24 分)

1. 下列分数中, 能化为有限小数的是 ().

- (A) $\frac{1}{3}$; (B) $\frac{1}{5}$; (C) $\frac{1}{7}$; (D) $\frac{1}{9}$.

2. 如果 $a > b$, $c < 0$, 那么下列不等式成立的是 ().

- (A) $a + c > b + c$; (B) $c - a > c - b$; (C) $ac > bc$; (D) $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$.

3. 下列二次根式中, 最简二次根式是 ().

- (A) $\sqrt{\frac{1}{5}}$; (B) $\sqrt{0.5}$; (C) $\sqrt{5}$; (D) $\sqrt{50}$.

4. 抛物线 $y = -(x+2)^2 - 3$ 的顶点坐标是 ().

- (A) (2, -3); (B) (-2, 3); (C) (2, 3); (D) (-2, -3) .

5. 下列命题中, 真命题是 ().

- (A) 周长相等的锐角三角形都全等; (B) 周长相等的直角三角形都全等;
(C) 周长相等的钝角三角形都全等; (D) 周长相等的等腰直角三角形都全等.

6. 矩形 $ABCD$ 中, $AB = 8$, $BC = 3\sqrt{5}$, 点 P 在边 AB 上, 且 $BP = 3AP$, 如果圆 P 是以点 P 为圆心, PD 为半径的圆, 那么下列判断正确的是 ().

- (A) 点 B 、 C 均在圆 P 外; (B) 点 B 在圆 P 外、点 C 在圆 P 内;
(C) 点 B 在圆 P 内、点 C 在圆 P 外; (D) 点 B 、 C 均在圆 P 内.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 共 48 分)

7. 计算: $a^2 \cdot a^3 =$ _____.

8. 因式分解: $x^2 - 9y^2 =$ _____.

9. 如果关于 x 的方程 $x^2 - 2x + m = 0$ (m 为常数) 有两个相等实数根, 那么 $m =$ _____.

10. 函数 $y = \sqrt{3-x}$ 的定义域是 _____.

11. 如果反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 是常数, $k \neq 0$) 的图像经过点 $(-1, 2)$, 那么这个函数的解析式是_____.

12. 一次函数 $y = 3x - 2$ 的函数值 y 随自变量 x 值的增大而_____ (填“增大”或“减小”).

13. 有 8 只型号相同的杯子, 其中一等品 5 只, 二等品 2 只和三等品 1 只, 从中随机抽取 1 只杯子, 恰好是一等品的概率是_____.

14. 某小区 2010 年屋顶绿化面积为 2000 平方米, 计划 2012 年屋顶绿化面积要达到 2880 平方米. 如果每年屋顶绿化面积的增长率相同, 那么这个增长率是_____.

15. 如图 1, AM 是 $\triangle ABC$ 的中线, 设向量 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, 那么向量 $\overrightarrow{AM} =$ _____ (结果用 \vec{a} 、 \vec{b} 表示).

16. 如图 2, 点 B 、 C 、 D 在同一条直线上, $CE \parallel AB$, $\angle ACB = 90^\circ$, 如果 $\angle ECD = 36^\circ$, 那么 $\angle A =$ _____.

17. 如图 3, AB 、 AC 都是圆 O 的弦, $OM \perp AB$, $ON \perp AC$, 垂足分别为 M 、 N , 如果 $MN = 3$, 那么 $BC =$ _____.

18. $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 已知 $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 50^\circ$, 点 D 在边 BC 上, $BD = 2CD$ (图 4). 把 $\triangle ABC$ 绕着点 D 逆时针旋转 m ($0 < m < 180$) 度后, 如果点 B 恰好落在初始 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的边上, 那么 $m =$ _____.

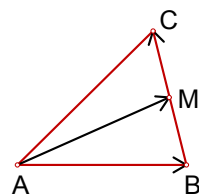


图 1

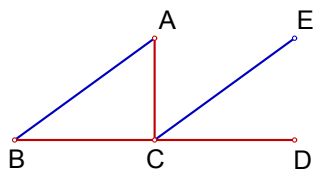


图 2

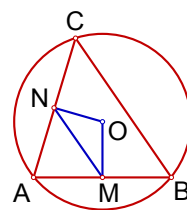


图 3

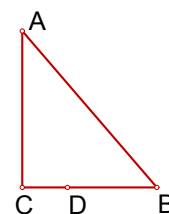


图 4

三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (本题满分 10 分) 计算: $(-3)^0 - \sqrt{27} + |1 - \sqrt{2}| + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$.

20. (本题满分 10 分) 解方程组:
$$\begin{cases} x - y = 2, \\ x^2 - 2xy - 3y^2 = 0. \end{cases}$$

21. (本题满分 10 分, 第 (1) 小题满分 4 分, 第 (2) 小题满分 6 分)

如图 5, 点 C 、 D 分别在扇形 AOB 的半径 OA 、 OB 的延长线上, 且 $OA=3$, $AC=2$, CD 平行于 AB , 并与弧 AB 相交于点 M 、 N .

(1) 求线段 OD 的长;

(2) 若 $\tan \angle C = \frac{1}{2}$, 求弦 MN 的长.

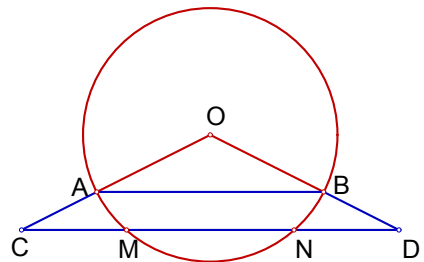


图 5

22. (本题满分 10 分, 第 (1)、(2) 小题满分各 2 分, 第 (3)、(4) 小题满分各 3 分)

据报载, 在“百万家庭低碳行, 垃圾分类要先行”活动中, 某地区对随机抽取的 1000 名公民的年龄段分布情况和对垃圾分类所持态度进行调查, 并将调查结果分别绘成条形图(图 6)、扇形图(图 7).

- (1) 图 7 中所缺少的百分数是_____;
- (2) 这次随机调查中, 如果公民年龄的中位数是正整数, 那么这个中位数所在年龄段是_____ (填写年龄段);
- (3) 这次随机调查中, 年龄段是“25 岁以下”的公民中“不赞成”的有 5 名, 它占“25 岁以下”人数的百分数是_____;
- (4) 如果把所持态度中的“很赞同”和“赞同”统称为“支持”, 那么这次被调查公民中“支持”的人有_____名.

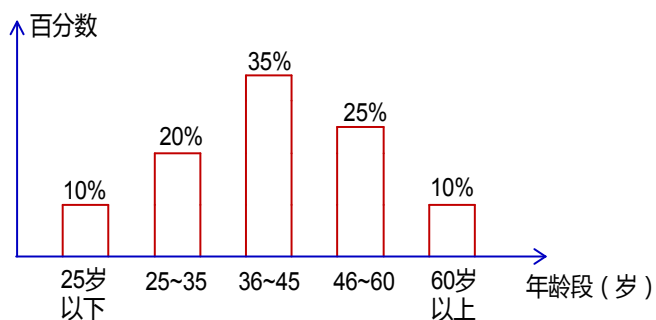


图 6

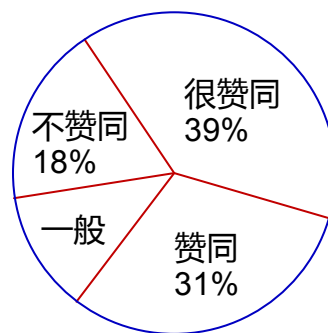
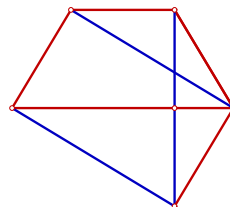


图 7

23. (本题满分 12 分, 每小题满分各 6 分)

如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB = DC$, 过点 D 作 $DE \perp BC$, 垂足为 E , 并延长 DE 至 F , 使 $EF = DE$. 联结 BF 、 CD 、 AC .

- (1) 求证: 四边形 $ABFC$ 是平行四边形;
- (2) 如果 $DE^2 = BE \cdot CE$, 求证四边形 $ABFC$ 是矩形.



24. (本题满分 12 分, 每小题满分各 4 分)

已知平面直角坐标系 xOy (如图 1), 一次函数 $y = \frac{3}{4}x + 3$ 的图像与 y 轴交于点 A , 点 M 在正比例函数 $y = \frac{3}{2}x$ 的图像上, 且 $MO = MA$. 二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 的图像经过点 A 、 M .

- (1) 求线段 AM 的长;
- (2) 求这个二次函数的解析式;
- (3) 如果点 B 在 y 轴上, 且位于点 A 下方, 点 C 在上述二次函数的图像上, 点 D 在一次函数 $y = \frac{3}{4}x + 3$ 的图像上, 且四边形 $ABCD$ 是菱形, 求点 C 的坐标.

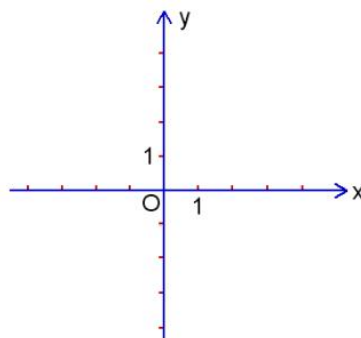


图 1

25. (本题满分 14 分, 第 (1) 小题满分 4 分, 第 (2)、(3) 小题满分各 5 分)

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $BC=30$, $AB=50$. 点 P 是 AB 边上任意一点, 直线 $PE \perp AB$, 与边 AC 或 BC 相交于 E . 点 M 在线段 AP 上, 点 N 在线段 BP 上, $EM=EN$, $\sin \angle EMP = \frac{12}{13}$.

(1) 如图 1, 当点 E 与点 C 重合时, 求 CM 的长;

(2) 如图 2, 当点 E 在边 AC 上时, 点 E 不与点 A 、 C 重合, 设 $AP=x$, $BN=y$, 求 y 关于 x 的函数关系式, 并写出函数的定义域;

(3) 若 $\triangle AME \sim \triangle ENB$ ($\triangle AME$ 的顶点 A 、 M 、 E 分别与 $\triangle ENB$ 的顶点 E 、 N 、 B 对应), 求 AP 的长.

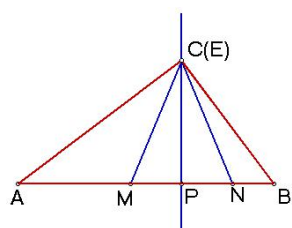


图 1

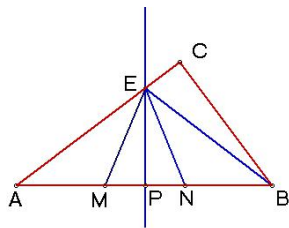
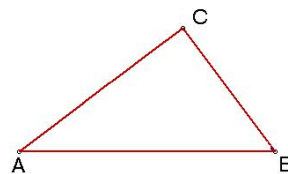


图 2



备用图

2011 年上海市初中毕业统一学业数学卷答案及评分参考

(满分 150 分, 考试时间 100 分钟)

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

题号	1	2	3	4	5	6
答案	B	A	C	D	D	C

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

题号	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
答案	a^5	$(x+3y)(x-3y)$	1	$x \leq 3$	$y = -$	增大	$\frac{5}{8}$	20%	$a + \frac{1}{2}b$	54	6	80 或 120

三、解答题 (本题共 30 分, 每小题 5 分)

19. (本题满分 10 分)

$$[\text{解}] (-3)^0 - \sqrt{27} + |1 - \sqrt{2}| + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$$

$$= 1 - 3\sqrt{3} + \sqrt{2} - 1 + \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$= -2\sqrt{3}。$$

20. (本题满分 10 分)

[解] $(x,y)=(1,-1)$ 或 $(3,1)$ 。

21. (本题满分 10 分, 第(1)小题满分 4 分, 第(2)小题满分 6 分)

[解] (1) $OD=5$ (根据平行可证得 $\triangle COD$ 是等腰三角形, $OD=OC=5$),

(2) 过点 O 作 $OE \perp MN$, 垂足为点 E , 并连结 OM , 根据 $\tan C = \frac{1}{2}$ 与 $OC=5$,

$\Rightarrow OE = \sqrt{5}$, 在 $Rt\triangle OEM$ 中, 利用勾股定理, 得 $ME=2$, 即 $AM=2ME=4$ 。

22. (本题满分 10 分, 第(1)、(2)小题满分各 2 分, 第(3)、(4)小题满分各 3 分)

[解] (1) 12%, (2) 36~45, (3) 5%, (4) 700 人。

23. (本题满分 12 分, 每小题满分各 6 分)

[解] (1) 等腰梯形 $ABCD$ 中, $AB=DC$, $\angle B = \angle DCB$, $\therefore \triangle DFC$ 是等腰三角形, $\therefore \angle DCB = \angle FCE$,

$DC=CF$, 所以 $\angle B = \angle FCE$, $AB=CF$, 易证四边形 $ABFC$ 是平行四边形。

(2) 提示: 射影定理的逆定理不能直接在中考中使用, 必须通过相似三角形来证明, 内角为 90° 。

24. (本题满分 12 分, 每小题满分各 4 分)

[解] (1) 根据两点之间距离公式, 设 $M(a, \frac{3}{2}a)$, 由 $|MO| = |MA|$, 解得: $a=1$, 则 $M(1, \frac{3}{2})$,

$$\text{即 } AM = \frac{\sqrt{13}}{2}。$$

(2) $\therefore A(0, 3)$, $\therefore c=3$, 将点 M 代入 $y=x^2+bx+3$, 解得: $b=-\frac{5}{2}$, 即: $y=x^2-\frac{5}{2}x+3$ 。

(3) $C(2, 2)$ (根据以 AC 、 BD 为对角线的菱形)。注意: A 、 B 、 C 、 D 是按顺序的。

[解] 设 $B(0, m)$ ($m < 3$), $C(n, n^2 - \frac{5}{2}n + 3)$, $D(n, \frac{3}{4}n + 3)$,

$$|AB| = 3 - m, \quad |DC| = y_D - y_C = \frac{3}{4}n + 3 - (n^2 - \frac{5}{2}n + 3) = \frac{13}{4}n - n^2,$$

$$|AD| = \sqrt{(n-0)^2 - (\frac{3}{4}n + 3 - 3)^2} = \frac{5}{4}n,$$

$$|AB| = |DC| \Rightarrow 3 - m = \frac{13}{4}n - n^2 \dots \text{①}, \quad |AB| = |AD| \Rightarrow 3 - m = \frac{5}{4}n \dots \text{②}。$$

解①, ②, 得 $n_1=0$ (舍去), 或者 $n_2=2$, 将 $n=2$ 代入 $C(n, n^2 - \frac{5}{2}n + 3)$, 得 $C(2, 2)$ 。

25. (本题满分 14 分, 第(1)小题满分 4 分, 第(2)、(3)小题满分各 5 分)

[解] (1) 由 $AE=40$, $BC=30$, $AB=50$, $\Rightarrow CP=24$, 又 $\sin \angle EMP = \frac{12}{13} \Rightarrow CM=26$ 。

(2) 在 $Rt\triangle AEP$ 与 $Rt\triangle ABC$ 中, $\therefore \angle EAP = \angle BAC$, $\therefore Rt\triangle AEP \sim Rt\triangle ABC$,

$$\therefore \frac{EP}{AP} = \frac{BC}{AC}, \quad \text{即 } \frac{EP}{x} = \frac{30}{40}, \quad \therefore EP = \frac{3}{4}x,$$

$$\text{又 } \sin \angle EMP = \frac{12}{13} \Rightarrow \operatorname{tg} \angle EMP = \frac{12}{5} = \frac{EP}{MP} \Rightarrow \frac{12}{5} = \frac{\frac{3}{4}x}{MP}, \therefore MP = \frac{5}{16}x = PN,$$

$$BN = AB - AP - PN = 50 - x - \frac{5}{16}x = 50 - \frac{21}{16}x \quad (0 < x < 32).$$

(3) $e\tau$ 當 E 在線段 AC 上時，由(2)知， $\frac{EM}{EP} = \frac{13}{12}$ ，即 $\frac{EM}{\frac{3}{4}x} = \frac{13}{12}$ ， $\Rightarrow EM = \frac{13}{16}x = EN$ ，

$$\text{又 } AM = AP - MP = x - \frac{5}{16}x = \frac{11}{16}x,$$

$$\text{由題設 } \triangle AME \sim \triangle ENB, \therefore \frac{AM}{EN} = \frac{ME}{NB}, \Rightarrow \frac{\frac{11}{16}x}{\frac{13}{16}x} = \frac{\frac{13}{16}x}{50 - \frac{21}{16}x}, \text{ 解得 } x = 22 = AP.$$

$\&$ 當 E 在線段 BC 上時，由題設 $\triangle AME \sim \triangle ENB$ ， $\therefore \angle AEM = \angle EBN$ 。

由外角定理， $\angle AEC = \angle EAB + \angle EBN = \angle EAB + \angle AEM = \angle EMP$ ，

$$\therefore Rt\triangle ACE \sim Rt\triangle EPM, \Rightarrow \frac{AC}{CE} = \frac{EP}{PM}, \text{ 即 } \frac{40}{CE} = \frac{\frac{3}{4}x}{\frac{5}{16}x}, \Rightarrow CE = \frac{50}{3} \dots e\tau.$$

設 $AP = z$ ， $\therefore PB = 50 - z$ ，

$$\text{由 } Rt\triangle BEP \sim Rt\triangle BAC, \Rightarrow \frac{BE}{PB} = \frac{BA}{BC}, \text{ 即 } \frac{BE}{50 - z} = \frac{50}{30}, \Rightarrow BE = \frac{5}{3}(50 - z),$$

$$\therefore CE = BC - BE = 30 - \frac{5}{3}(50 - z) \dots \&.$$

$$\text{由 } e\tau, \&, \text{ 解 } \frac{50}{3} = 30 - \frac{5}{3}(50 - z), \text{ 得 } z = 42 = AP.$$