2012年上海中考数学试题

第一部分：选择题

一、选择题（本大题共6小题，每小题4分，满分24分）.

1.（2012上海市，1，4分）在下列代数式中，次数为3的单项式是(　　)

A. xy^2　　B. x^3-y^3　　C. x^3y　　D. $3xy$

【答案】A

考点剖析：本题考察了单项式的概念，需要学生掌握单项式的次数概念才能够获得正确答案.

解题思路：根据单项式次数的概念求解.

解答过程：由单项式次数的概念：∴次数为3的单项式是xy^2. 所以本题选项为A.

规律总结：⑴ 单项式的定义：由数字与字母或字母与字母的相乘组成的代数式叫做单项式

⑵ 单项式的次数：一个单项式中的所有字母的指数的和叫做这个单项式的次数

关键词： **单项式、单项式次数**

2.（2012上海市，2，4分）数据5，7，5，8，6，13，5的中位数是(　　)

A. 5　　B. 6　　C. 7　　D. 8

【答案】B

考点剖析：本题考察了中位数的求解方法，需要学生掌握中位数的求解方法才能够获得正确答案.

解题思路：根据中位数的求解方法.

解答过程：由中位数的求解方法①将一组数据从小到大或者从大到小整齐排列；②进行中位数求解；

数据排列：5，5，5，6，7，8，13　　数据个数：7个

∴中位数是：6　所以本题选择B

规律总结：中位数求解的前提是有顺序地将数据排列清楚，然后按照数据的个数进行求解

当数据个数为奇数时，中位数就是最中间的那个数

当数据个数为偶数时，中位数就是最中间的两个数的平均数

关键词： **中位数**

3.（2012上海市，3，4分）不等式组$\begin{cases}-2x<6\\ x-2>0\end{cases}$的解集是(　　)

A. $x>-3$　　B. $x<-3$　　C. $x>2$　　D. $x<2$

【答案】C

考点剖析：本题考察了一元一次不等式组求解方法，需要学生掌握不等式组的求解方法才能获得正确答案.

解题思路：根据不等式组的求解方法

解答过程：先将两个一元一次不等式单独求解出来，然后结合数轴把答案表示出来

$$\because \begin{cases}-2x<6 & ①\\ x-2>0 & ②\end{cases}$$　由①，得 $x>-3$　由②，得 $x>2$

∴ $x>2$　所以本题选择C

规律总结：⑴ 不等式的两边都乘以（或除以）同一个负数，不等号的方向改变。

⑵ 最后的结果要取两个不等式公共有的部分

关键词： **一元一次不等式**

4.（2012 上海市，4，4 分）在下列各式中，二次根式 $\sqrt{a-b}$ 的有理化因式是（　　）

A. $\sqrt{a+b}$　　B. $\sqrt{a}+\sqrt{b}$　　C. $\sqrt{a-b}$　　D. $\sqrt{a}-\sqrt{b}$

【答案】C

考点剖析：本题考察了有理化因式的定义，需要学生掌握有理化因式的定义才能获得正确答案.

解题思路：根据有理化因式的概念

解答过程：由有理化因式的定义，∵ $\left(\sqrt{a-b}\right)\bullet\left(\sqrt{a-b}\right)=a-b$ 所以本题选择 C

规律总结：判断是否是某个二次根式的有理化因式，最好的方法就是将选项分别和这个二次根式相乘，如果它们的积不含有二次根式，则说这两个代数式互为有理化因式。此题的误导答案是 $\sqrt{a+b}$，

关键词： **有理化因式**

5.（2012 上海市，5，4 分）在下列图形中，为中心对称图形的是（　　）

A. 等腰梯形　　B. 平行四边形　　C. 正五边形　　D. 等腰三角形

【答案】B

考点剖析：本题考察了中心对称图形的定义，需要学生掌握中心对称图形的概念才能获得正确答案.

解题思路：根据中心对称图形的定义判定

解答过程：根据中心对称的定义观察图形，可以发现选项中 B 为中心对称图形，.所以本题选项为 B.

规律总结：把一个图形绕其几何中心旋转 180°后能够和原来的图形互相重合的图形叫中心对称图形.

关键词： **中心对称图形**

6.（2012 上海市，6，4 分）如果两圆的半径长分别为 6 和 2，圆心距为 3，那么这两圆的关系是（　　）

A. 外离　　B. 相切　　C. 相交　　D. 内含

【答案】D

考点剖析：本题考察了两圆位置关系的判定，需要学生掌握两圆位置关系的判定才能获得正确答案.

解题思路：根据两圆位置关系的判定

解答过程：根据两圆位置关系的判定，∵ $0<d=3<6-2=4$.所以本题选项为 D.

规律总结：两圆位置关系的判定：已知大圆半径为 R，小圆半径为 r，圆心距为 d

⑴ 两圆外离：$d>R+r$

⑵ 两圆外切：$d=R+r$

⑶ 两圆相交：$R-r<d<R+r$

⑷ 两圆内切：$d=R-r$

⑸ 两圆内含：$0<d<R-r$

关键词： **两圆位置关系**

二、填空题（本大题共 12 小题，每小题 4 分，满分 48 分）.

7.（2012 上海市，7，4 分）计算：$|\frac{1}{2}-1|=$________.

【答案】$\frac{1}{2}$

考点剖析：本题考察了绝对值的定义，需要学生掌握绝对值的定义才能获得正确答案.

解题思路：根据绝对值的定义

解答过程：根据绝对值的定义，∵ $\left|\frac{1}{2}-1\right|=\left|\frac{1}{2}\right|=\frac{1}{2}$.所以本题答案为 $\frac{1}{2}$.

规律总结：绝对值的定义：正数的绝对值是它本身；负数的绝对值是它的相反数；0 的绝对值是 0。

关键词： **绝对值**

8.（2012上海市，8，4分）因式分解 $xy-x$=________.

【答案】$x(y-1)$

考点剖析： 本题考察了因式分解中提取公因式方法，需要学生掌握因式分解的提取公因式方法才能获得正确答案.

解题思路： 熟练运用因式分解中提取公因式方法

解答过程： 提取公因式，得 $x(y-1)$.所以本题答案为 $x(y-1)$.

规律总结： 找准公因式，一次要提净；全家都搬走，留1把家守；提负要变号，变形看奇偶

关键词： **因式分解　　提取公因式**

9.（2012上海市，9，4分）已知正比例函数 $y=kx(k\neq0)$，点(2，-3)在函数上，则 y 随 x 的增大而_______.（增大或减小）

【答案】减小

考点剖析： 本题考察了正比例函数的 k 和图像性质的关系，需要学生掌握正比例函数的 k 和图像性质的关系才能获得正确答案.

解题思路： 熟练掌握正比例函数的 k 和图像性质的关系

解答过程： 将点(2，-3)代入 $y=kx(k\neq0)$，得到 $k=-\frac{3}{2}$，∵ $k<0$，所以 y 随 x 的增大而减小.

规律总结：正比例函数 $y=kx(k\neq0)$：① $k>0$，y 随 x 的增大而增大；② $k<0$，y 随 x 的增大而减小；

反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq0)$：① $k>0$，y 随 x 的增大而减小；② $k<0$，y 随 x 的增大而增大；

关键词： **正比例函数**

10.（2012上海市，10，4分）方程 $\sqrt{x+1}=2$ 的根是_______.

【答案】$x=3$

考点剖析： 本题考察了无理方程的求解，需要学生掌握无理方程的求解才能获得正确答案.

解题思路： 熟练掌握无理方程的求解

解答过程： 等号两边平方，得 $x+1=4$，所以 $x=3$

规律总结： 无理方程的基本解法是：两边平方；注意点：代入检验

关键词： **无理方程**

11.（2012上海市，11，4分）如果关于 x 的一元二次方程 $x^2-6x+c=0$（c 是常数）没有实数根，那么 c 的取值范围是_______.

【答案】$c>9$

考点剖析： 本题考察了一元二次方程的根的判定，需要学生掌握一元二次方程的根的判定才能获得正确答案.

解题思路： 熟练掌握一元二次方程的根的判定的求解

解答过程： 由于一元二次方程没有实数根，得 $\triangle=36-4c<0$，所以 $c>9$

规律总结： 一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$：

当没有实数根时， $\triangle=b^2-4ac<0$；

当有两个实数实数根时， $\triangle=b^2-4ac>0$；

当有两个相等的实数根时， $\triangle=b^2-4ac=0$

关键词： **一元二次方程的根的判定**

12.（2012 上海市，12，4 分）将抛物线 $y=x^2+x$ 向下平移 2 个单位，所得新抛物线的表达式是__________.

【答案】$y=x^2+x-2$

考点剖析：　本题考察了二次函数图像的平移，需要学生掌握二次函数图像的平移才能获得正确答案.

解题思路：　熟练掌握二次函数图像的平移的规律

解答过程：　由上“＋”下“－”得，$y=x^2+x-2$

规律总结：　上“＋”下“－”；左“＋”右“－”

关键词：　**二次函数图像的平移**

13.（2012 上海市，13，4 分）布袋中装有 3 个红球和 6 个白球，它们除颜色外其他都相同，如果从布袋里随机摸出一个球，那么所摸到的球恰好是红球的概率是________.

【答案】$\frac{1}{3}$

考点剖析：　本题考察了概率的求解，需要学生掌握概率的求解的方法才能获得正确答案.

解题思路：　熟练掌握概率的求解

解答过程：　$P=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$.

规律总结：　看清所求的具体情况

关键词：　**概率**

14.（2012 上海市，14，4 分）某校 500 名学生参加生命安全知识测试，测试分数均大于或等于 60 且小于 100，分数段的频率分布情况如图 1 所示(其中每个分数段可包括最小值，不包括最大值)，结合表 1 的信息，可得测试分数在 80-90 分数段的学生有_______名.

分数段	60-70	70-80	80-90	90-100
频率	0. 2	0. 25		0. 25

【答案】150

考点剖析：　本题考察了学生处理统计图表的能力，涉及到的有频率和频数.

解题思路：　由于四项的频率和为 1，那么可以求出空出的频率

解答过程：　80-90 的频率是$1-0.2-0.25-0.25=0.3$；80-90 的频数=频率・数据总数$=0.3\times500=150$

规律总结：　(1) 频率的总和为 1　(2)频数=频率・数据总数

关键词：　**频率　频数**

15.（2012 上海市，15，4 分）如图 1，已知梯形 $ABCD$，$AD/\!/BC$，$BC=2AD$，如果 $\overrightarrow{AD}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，那么 $\overrightarrow{AC}=$_________.（用 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 表示）

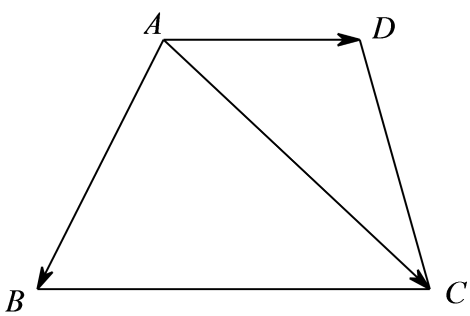
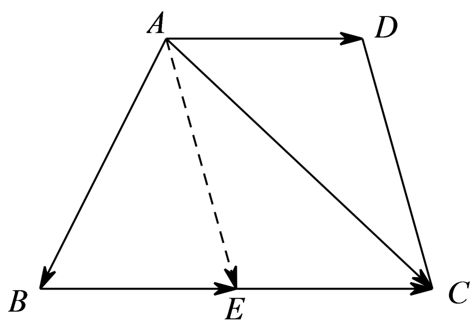


图1



【答案】$2\vec{a}+\vec{b}$

考点剖析：　本题考察了向量的加减法及涉及到梯形的特殊辅助线

解题思路：　过 A 点作 DC 的平行线，建立一个三角形进行向量的加减

解答过程：　过 A 点作 DC 的平行线 AE，交 BC 于 E 点，那么 $\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{EC}=\vec{a}$，而 $\overrightarrow{AB}=\vec{b}$

∴ $\overrightarrow{AE}=\vec{a}+\vec{b}$　所以 $\overrightarrow{AC}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{a}=2\vec{a}+\vec{b}$

规律总结：　梯形的辅助线，将所求线段放在一个三角形中

关键词：　**向量加减法　梯形辅助线**

16.（2012 上海市，16，4 分）在△*ABC* 中，点 *D*、*E* 分别在 *AB*、*AC* 上，∠*AED*=∠*B*，如果 *AE*=2，△*ADE* 的面积为 4，四边形 *BCDE* 的面积为 5，那么边 *AB* 的长为________.

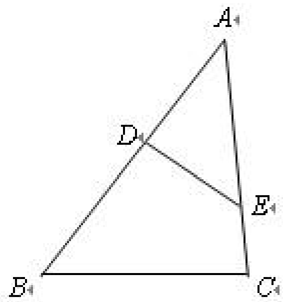


图 2

【答案】**3**

考点剖析：　本题考察了相似三角形及相似三角形的相似比

解题思路：　易得两个三角形相似，将已知的面积转变成两个相似三角形的面积比，使用相似比求解

解答过程：　∵ $\triangle ADE \backsim \triangle ACB$ 且 $\dfrac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ACB}}=\dfrac{4}{9}$　∴ $\dfrac{AE}{AB}=\dfrac{2}{3}$　所以 $AB=3$

规律总结：　两个三角形相似，则其它们的面积比等于相似比的平方

关键词：　**相似三角形 相似比**

17.（2012 上海市，17，4 分）我们把两个三角形的中心之间的距离叫做重心距，在同一平面内有两个边长相等的等边三角形，如果当它们的一边重合时重心距为 2，那么当它们的一对角成顶角时重心距为________.

【答案】**4**

考点剖析：　本题考察了一个新的定义“重心距”

解题思路：　通过对于

解答过程：　∵ $\triangle ADE \backsim \triangle ACB$ 且 $\dfrac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ACB}}=\dfrac{4}{9}$　∴ $\dfrac{AE}{AB}=\dfrac{2}{3}$　所以 $AB=3$

规律总结：　两个三角形相似，则其它们的面积比等于相似比的平方

关键词：　**相似三角形 相似比**

18.（2012 上海市，18，4 分）如图 3，在 Rt△*ABC*，∠*C*=90°，∠*A*=30°，*BC*=1，点 *D* 在 *AC* 上，将△*ADB* 沿直线 *BD* 翻折后，将点 *A* 落在点 *E* 处，如果 *AD*⊥*ED*，那么线段 *DE* 的长为________.

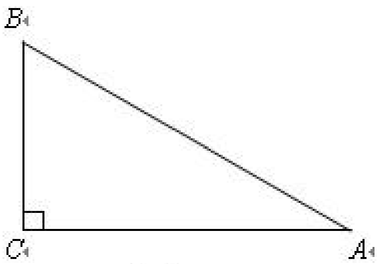
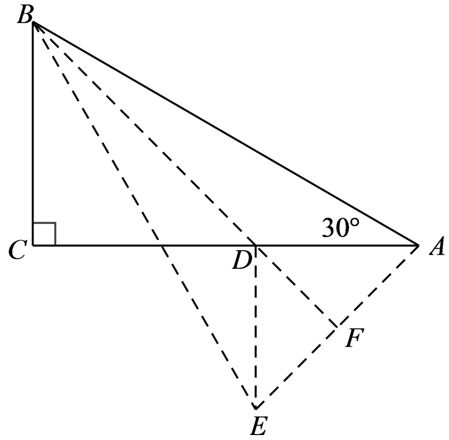


图 3



【答案】$\sqrt{3}-1$

考点剖析： 本题考察了“翻折”题的作图，以及引申的等角、等边

解题思路： “翻折”的折痕并延长，出现等腰直角三角形

解答过程： $\because AD=DE$ 且 $AD\perp DE$ 且 $DF\perp AE$ $\therefore \angle ADF=45^{\circ}$

$\therefore \triangle BDC$ 是等腰直角三角形，则 $CD=1$，所以 $ED=AD=\sqrt{3}-1$

规律总结： 涉及到翻折题，折痕一定要连接，构成我们想要的等腰三角形

关键词： **翻折 折痕 等腰直角三角形**

三、解答题（本大题共 7 题，满分 78 分）.

19.（2012 上海市，19，10 分）

$$\frac{1}{2}\times(\sqrt{3}-1)^{2}+\frac{1}{\sqrt{2}-1}+3^{\frac{1}{2}}-(\frac{\sqrt{2}}{2})^{-1}$$

【答案】3

考点剖析： 混合计算

解题思路： 逐一化简，认真计算

解答过程：原式$=\frac{4-2\sqrt{3}}{2}+\sqrt{2}+1+\sqrt{3}-\sqrt{2}=3$

规律总结： 仔细、认真

关键词： **计算**

20.（2012 上海市，20，10 分）

解方程：$\frac{x}{x+3}+\frac{6}{x^{2}-9}=\frac{1}{x-3}$

【答案】x=1

考点剖析： 分式方程

解题思路： 认真计算、检验标准

解答过程： $x(x-3)+6=x+3$ 所以 x=3 是方程的增根，x=1 是原方程的根.

规律总结： 仔细、认真

关键词： **计算**

21.（2012 上海市，21，本小题满分 10 分，第(1)小题满分 4 分，第(2)小题满分 6 分）

如图 4，在 Rt△*ABC* 中，∠*ACB*=90°，*D* 是 *AB* 的中点，*BE*⊥*CD*，垂足为点 *E*. 已知 *AC*=15，cos*A*=$\frac{3}{5}$.

（1）求线段 *CD* 的长；

（2）求 sin∠*DBE* 的值.

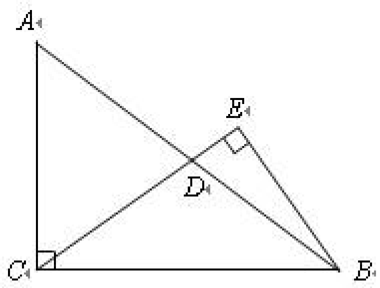


图 4

【答案】(1) $\frac{25}{2}$ (2) $\frac{7}{25}$

考点剖析： 直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半、锐角三角形比灵活转化

解题思路： (1) 根据斜边上的中线等于斜边的一半； (2)根据等角的锐角三角比的转化

解答过程： (1) $CD=\frac{1}{2}AB=\frac{25}{2}$

(2) $\because \angle DCB=\angle DBC$ $\therefore CE=16$，则 $DE=\frac{7}{2}$ 而 $DB=\frac{25}{2}$ 所以 sin∠*DBE*=$\frac{DE}{DB}=\frac{7}{2}\times\frac{2}{25}=\frac{7}{25}$

规律总结： 要积极灵活地从相等的角为突破口，利用锐角三角比

关键词： **锐角三角比**

22. （2012 上海市，22，12 分）某工厂生产一种产品，当生产数量至少为 10 吨，但不超过 50 吨时，每吨的成本 *y*(万元/吨)与生产数量 *x*(吨)的函数关系式如图 5 所示：

（1）求 *y* 关于 *x* 的函数解析式，并写出它的定义域；

（2）当生产这种产品的总成本为 280 万元时，求该产品的生产数量.

（注：总成本=每吨的成本×生产数量）

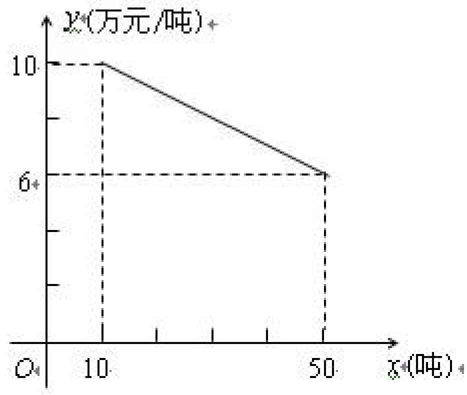


图 5

【答案】 **(1) $y=-\frac{1}{10}x+11$ ($10\leqslant x\leqslant 50$)**

(2) 40 吨.

考点剖析： 一次函数及其应用

解题思路： (1) 根据两点求一次函数的解析式；

(2)根据题目要求求解变量

解答过程： (1) 直接将(10，10)、(50，6)代入 $y=kx+b$

得 $y=-\frac{1}{10}x+11$ ($10\leqslant x\leqslant 50$)

(2) $(-\frac{1}{10}x+11)x=280$ 解得 $x_1=40$ 或 $x_2=70$，

由于 $10\leqslant x\leqslant 50$ 所以 $x=40$

规律总结： 观察函数图像，运用合理的方法，求解函数解析式

关键词： **一次函数及其应用**

23.（2012 上海市，23，第(1)小题满分 5 分，第(2)小题满分 7 分）

已知：如图 6，在菱形 $ABCD$ 中，点 E、F 分别在边 BC、CD，$\angle BAF=\angle DAE$，AE 与 BD 交于点 G.

（1）求证：$BE=DF$；

（2）当 $\dfrac{DF}{FC}=\dfrac{AD}{DF}$ 时，求证：四边形 $BEFG$ 是平行四边形.

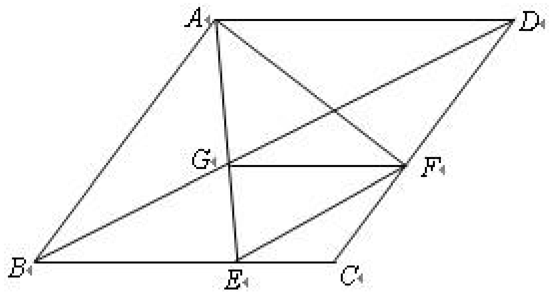


图 6

【答案】 证明略

考点剖析： ⑴全等三角形 ⑵比例线段

解题思路： ⑴ 根据菱形的独特性质，对角相等，四条边相等和对角平分各对角；

⑵ 充分利用第⑴小题的结论，灵活地线段转换

解答过程： ⑴ 利用$\triangle ABE\cong\triangle ADF$(ASA)

⑵ $\because AD\parallel BC$，$\therefore \dfrac{AD}{DF}=\dfrac{AD}{BE}=\dfrac{DG}{GB}=\dfrac{DF}{FC}$ $\therefore GF\parallel BE$，易证：$GB=BE$

$\therefore$四边形 $BEFG$ 是平行四边形

规律总结： ⑴ 掌握特殊四边形的性质及其判定 ⑵比例线段的转换

关键词： **菱形 比例线段**

24. （2012 上海市，24，本题满分 12 分，第(1)小题满分 3 分，第(2)小题满分 5 分，第(3)小题满分 4 分）如图 7，在平面直角坐标系中，二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象经过点 $A(4，0)$、$B(-1，0)$，与 y 轴交于点 C，点 D 在线段 OC 上，$OD=t$，点 E 在第二象限，$\angle ADE=90°$，$\tan\angle DAE=\frac{1}{2}$，$EF\perp OD$，垂足为 F.

（1）求这个二次函数的解析式；

（2）求线段 EF、OF 的长(用含 t 的代数式表示)；

（3）当 $\angle ECA=\angle OAC$ 时，求 t 的值.

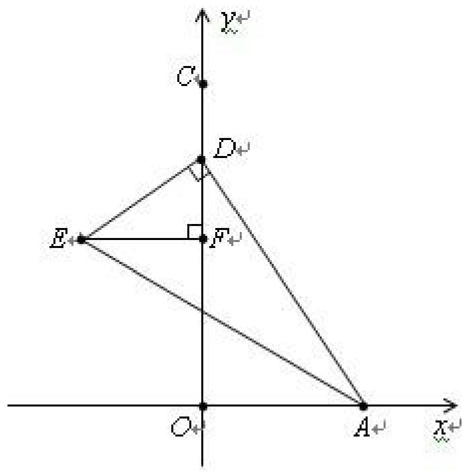
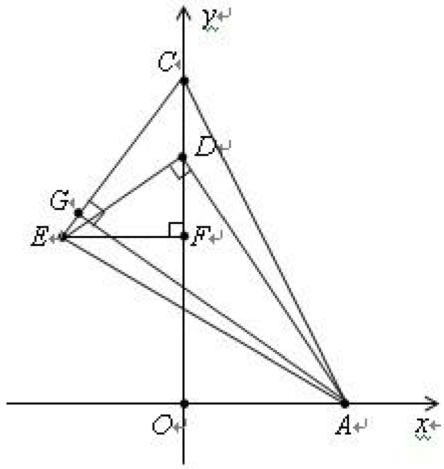


图 7



【答案】 ⑴ $y=-2x^2+6x+8$ ⑵$EF=\frac{1}{2}t$、$OF=t-2$ ⑶$t=6$

考点剖析： ⑴二次函数解析式 ⑵ 相似三角形 ⑶勾股定理

解题思路： ⑴ 根据菱形的独特性质，对角相等，四条边相等和对角平分各对角；

⑵ 充分利用第⑴小题的结论，灵活地线段转换

⑶ 充分利用第⑵小题的结论，证明全等三角形结合勾股定理求解

解答过程： ⑴ 把 $x=4$，$y=0$；$x=-1$，$y=0$ 代入 $y=ax^2+6x+c$ $\begin{cases}a=-2\\c=8\end{cases}$ $\therefore y=-2x^2+6x+8$

⑵ $\because \angle EFD=\angle EDA=90°$ $\therefore \angle DEF+\angle EDF=90°$、$\angle EDF+\angle ODA=90°$

$\therefore \angle DEF=\angle ODA$ $\therefore \triangle EDF\backsim\triangle DAO$ $\therefore \frac{EF}{DO}=\frac{ED}{DA}$

$\because \frac{ED}{DA}=\frac{1}{2}$ $\therefore \frac{EF}{t}=\frac{1}{2}$ $\therefore EF=\frac{1}{2}t$ 同理得 $\frac{DF}{OA}=\frac{ED}{DA}$ $\therefore DF=2$

$\therefore OF=t-2$

⑶ 连结 EC、AC，过 A 作 EC 的垂线交 CE 于 G 点

$\because E(-\frac{1}{2}x，2-x)$ 易证：$\triangle CAG\cong\triangle OCA$ $\therefore CG=4$ $AG=8$

$\because AE=\sqrt{(4+\frac{1}{2}t)^2+(t-2)^2}=\sqrt{\frac{5}{4}t^2+20}$，$\therefore EG=\sqrt{\frac{5}{4}t^2+20-8^2}=\sqrt{\frac{5}{4}t^2-44}$

$\because EF^2+CF^2=CE^2$，$(\frac{1}{2}t)^2+(10-t)^2=(\sqrt{\frac{5}{4}t^2-44}+4)^2$ 解得 $\begin{cases}t_1=10\\t_2=6\end{cases}$

$\because t_1=10$ 不合题意，舍去 $\therefore t=6$

规律总结： ⑴ 二次函数解析式 ⑵相似三角形 ⑶全等三角形+勾股定理

关键词： **二次函数 相似三角形 全等三角形 勾股定理**

25.（2012 上海市，25，本题满分 14 分，第(1)小题满分 3 分，第(2)小题满分 5 分，第(3)小题满分 6 分）如图 8，在半径为 2 的扇形 AOB 中，$\angle AOB=90°$，点 C 是弧 AB 上的一个动点（不与 A、B 重合），$OD\perp BC$，$OE\perp AC$，垂足分别为 D、E.

（1）当 $BC=1$ 时，求线段 OD 的长；

（2）在△DOE 中是否存在长度保持不变的边？如果存在，请指出并求其长度；如果不存在，请说明理由；

（3）设 $BD=x$，△DOE 的面积为 y，求 y 关于 x 的函数关系式，并写出它的定义域.

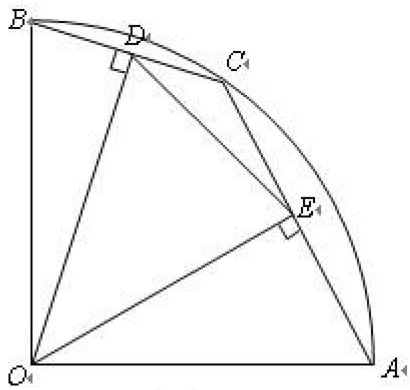


图 8

【答案】(1) $\dfrac{\sqrt{15}}{2}$　(2) 存在，DE 是不变的 $DE=\sqrt{2}$　(3) $y=\dfrac{4-x^2+x\sqrt{4-x^2}}{4}$ $(0<x<\sqrt{2})$

考点剖析：(1)垂径定理 (2) 中位线 (3)巧妙添辅助线，构造 45° 特殊角

解题思路：(1) 垂径定理＋勾股定理 (2)垂径定理，得 D、E 是中点，所以存在中位线

(3) 联结 OC，重点在于∠2+∠3=45°，易得添垂线，构造等腰直角三角形

然后运用双次勾股，求解相应的边

解答过程：(1) ∵$OD\perp BC$　∴$BD=\dfrac{1}{2}BC=\dfrac{1}{2}$　∴$OD=\sqrt{BD^2+OD^2}=\dfrac{\sqrt{15}}{2}$

(2) 存在，DE 是不变的，连结 AB 且 $AB=2\sqrt{2}$　∴$DE=\dfrac{1}{2}AB=\sqrt{2}$

(3) 将 x 移到要求的三角形中去，∴$OD=\sqrt{4-x^2}$

由于∠1=∠2；∠3=∠4　∴∠2+∠3=45°

过 D 作 $DF\perp OE$

∴$DF=\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{\sqrt{2}}$　易得 $EF=\dfrac{\sqrt{2}}{2}x$

$y=\dfrac{1}{2}DF\cdot OE=\dfrac{4-x^2+x\sqrt{4-x^2}}{4}$ $(0<x<\sqrt{2})$