2013年上海市初中毕业统一学业考试

数学试卷

（满分150分，考试时间100分钟）

考生注意：

1. 本试卷含三个大题，共25题；
2. 答题时，考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答，在草稿纸、本试卷上答题一律无效；
3. 除第一、二大题外，其余各题如无特别说明，都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤．

一、 选择题（本大题共6题，每题4分，满分24分）

【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1．下列式子中，属于最简二次根式的是

（A）$\sqrt{9}$；　　（B）$\sqrt{7}$；　　（C）$\sqrt{20}$；　　（D）$\sqrt{\frac{1}{3}}$．

2．下列关于 x 的一元二次方程有实数根的是

（A）$x^2+1=0$；　　（B）$x^2+x+1=0$；

（C）$x^2-x+1=0$；　　（D）$x^2-x-1=0$．

3．如果将抛物线 $y=x^2+2$ 向下平移1个单位，那么所得新抛物线的表达式是

（A）$y=(x-1)^2+2$；　　（B）$y=(x+1)^2+2$；

（C）$y=x^2+1$；　　（D）$y=x^2+3$．

4．数据 0，1，1，3，3，4 的中位线和平均数分别是

（A）2和2.4;　　（B）2和2;　　（C）1和2；　　（D）3和2．

5．如图1，已知在△ABC 中，点 D、E、F 分别是边 AB、AC、BC 上的点，$DE/\!/BC$，$EF/\!/AB$，且 $AD∶DB=3∶5$，那么 $CF∶CB$ 等于

（A）5∶8;　　（B）3∶8;　　（C）3∶5；　　（D） 2∶5．

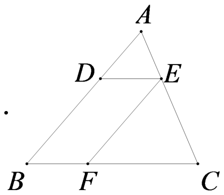


图1

6．在梯形 $ABCD$ 中，$AD/\!/BC$，对角线 AC 和 BD 交于点 O，下列条件中，能判断梯形 $ABCD$ 是等腰梯形的是

（A）$\angle BDC=\angle BCD$；　　（B）$\angle ABC=\angle DAB$；

（C）$\angle ADB=\angle DAC$；　　（D）$\angle AOB=\angle BOC$．

二、 填空题（本大题共12题，每题4分，满分48分）

【请将结果直接填入答题纸的相应位置】

7．因式分解：$a^2-1=$____▲____．

8．不等式组 $\begin{cases} x-1>0, \\ 2x+3>x \end{cases}$ 的解集是____▲____．

9．计算：$\dfrac{3b^2}{a}\cdot\dfrac{a}{b}=$____▲____．

10．计算：$2\left(\vec{a}-\vec{b}\right)+3\vec{b}=$____▲____．

11．已知函数 $f\left(x\right)=\dfrac{3}{x^2+1}$，那么 $f\left(\sqrt{2}\right)=$____▲____．

12．将“定理”的英文单词 **theorem** 中的7个字母分别写在7张相同的卡片上，字面朝下随意放在桌子上，任取一张，那么取到字母 **e** 的概率为____▲____．

13．某校报名参加甲、乙、丙、丁四个兴趣小组的学生人数如图2所示，那么报名参加甲组和丙组的人数之和占所有报名人数的百分比为____▲____．

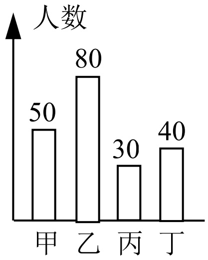


图2

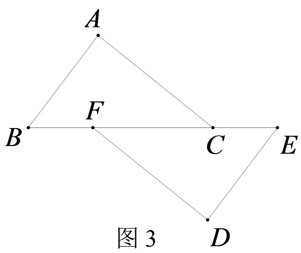


图3

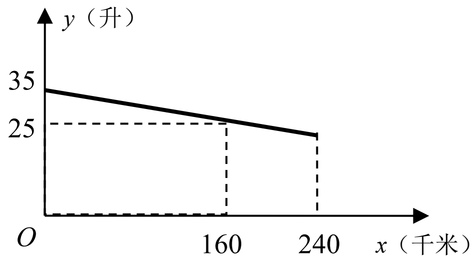


图4

14．在⊙O中，已知半径长为3，弦 AB 长为4，那么圆心 O 到 AB 的距离为____▲____．

15．如图3，在△ABC 和△DEF 中，点 B、F、C、E 在同一直线上，$BF=CE$，$AC // DF$，请添加一个条件，使△ABC≌△DEF，这个添加的条件可以是____▲____．（只需写一个，不添加辅助线）

16．李老师开车从甲地到相距240千米的乙地，如果邮箱剩余油量 y（升）与行驶里程 x（千米）之间是一次函数关系，其图像如图4所示，那么到达乙地时邮箱剩余油量是____▲____升．

17．当三角形中一个内角 α 是另一个角 β 的两倍时，我们称此三角形为“特征三角形”，其中 α 称为“特征角”．如果一个“特征三角形”的“特征角”为100°，那么这个“特征三角形”的最小内角的度数为____▲____．

18．如图5，在△ABC 中，$AB=AC$，$BC=8$，$\tan C=\dfrac{3}{2}$，如果将△ABC 沿直线 l 翻折后，点 B 落在 AC 的中点处，直线 l 与边 BC 交于点 D，那么 BD 的长为____▲____．

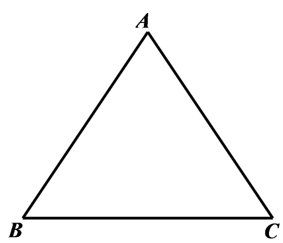


图5

三、 解答题（本大题共 7 题，满分 78 分）

19.（本题满分 10 分）

计算：$\sqrt{8}+\left|\sqrt{2}-1\right|-\pi^{0}+\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-1}$.

20.（本题满分 10 分）

解方程组：$\begin{cases} x-y=-2, & ① \\ x^{2}-xy-2y^{2}=0. & ② \end{cases}$

21.（本题满分 10 分，第（1）、（2）小题满分各 5 分）

已知平面直角坐标系 xOy（如图 6），直线 $y=\dfrac{1}{2}x+b$ 经过第一、二、三象限，与 y 轴交于点 B，点 A（2，t）在这条直线上，联结 AO，△AOB 的面积等于 1．

（1）求 b 的值；

（2）如果反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$（k 是常数，$k\neq 0$）的图像经过点 A，求这个反比例函数的解析式．

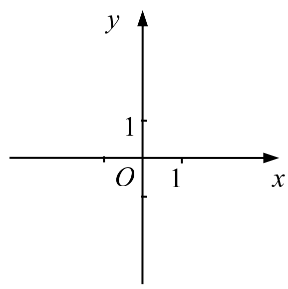


图 6

22.（本题满分 10 分）

某地下车库出口处“两段式栏杆”如图 7-1 所示，点 A 是栏杆转动的支点，点 E 是栏杆两段的连接点．当车辆经过时，栏杆 AEF 升起后的位置如图 7-2 所示，其示意图如图 7-3 所示，其中 $AB\perp BC$，$EF\parallel BC$，$\angle EAB=143°$，$AB=AE=1.2$ 米．求当车辆经过时，栏杆 EF 段距离地面的高度（即直线 EF 上任意一点到直线 BC 的距离）.（结果精确到 0.1 米，栏杆宽度忽略不计）

参考数据：$\sin 37°\approx 0.60$，$\cos 37°\approx 0.80$，$\tan 37°\approx 0.75$．

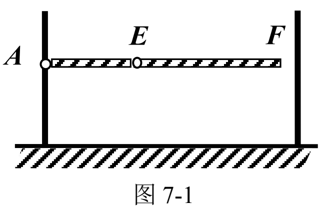


图 7-1

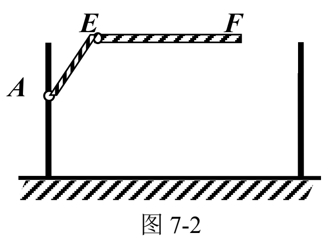


图 7-2

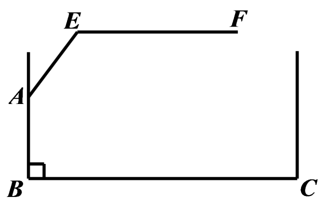


图 7-3

23.（本题满分 12 分，第（1）、（2）小题满分各 6 分）

如图 8，△ABC 中，$\angle ACB=90°$，$\angle B>\angle A$，点 D 为边 AB 的中点，$DE\parallel BC$ 交 AC 于点 E，$CF\parallel AB$ 交 DE 的延长线于点 F.

（1）求证：$DE=EF$；

（2）联结 CD，过点 D 作 DC 的垂线交 CF 的延长线于点 G.

求证：$\angle B=\angle A+\angle DGC$.

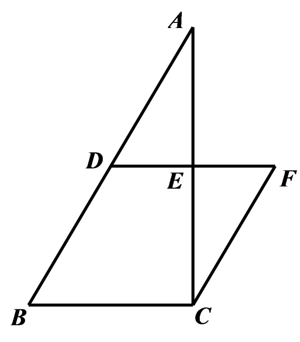


图 8

24.（本题满分 12 分，第（1）、（2）、（3）小题满分各 4 分）

如图 9，在平面直角坐标系 xOy 中，顶点为 M 的抛物线 $y=ax^2+bx$（$a>0$）经过点 A 和 x 轴正半轴上的点 B，$AO=BO=2$，$\angle AOB=120°$．

（1） 求这条抛物线的表达式；

（2） 联结 OM，求$\angle AOM$ 的大小；

（3） 如果点 C 在 x 轴上，且$\triangle ABC$ 与$\triangle AOM$ 相似，求点 C 的坐标．

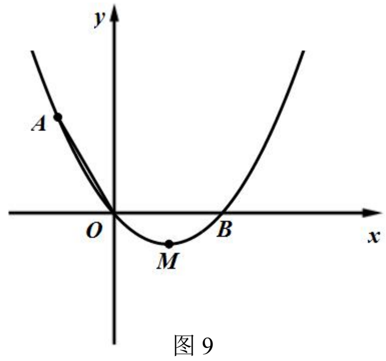


图 9

25.（本题满分 14 分，第（1）、（2）小题满分各 4 分，第（3）小题满分 6 分）

在矩形 $ABCD$ 中，点 P 是边 AD 上的动点，联结 BP，线段 BP 的垂直平分线交边 BC 于点 Q，垂足为点 M，联结 QP（如图 10），已知 $AD=13$，$AB=5$，设 $AP=x$，$BQ=y$．

（1） 求 y 关于 x 的函数解析式，并写出 x 的取值范围．

（2） 当以 AP 长为半径的⊙P 和以 QC 长为半径的⊙Q 外切时，求 x 的值．

（3） 点 E 在边 CD 上，过点 E 作直线 QP 的垂线，垂足为 F，如果 $EF=EC=4$，求 x 的值．

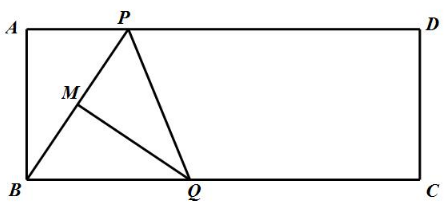


图 10

备用图

2013年上海市初中毕业统一学业考试

数学试卷参考答案

一．选择题：（本大题共6题，满分24分）

1．B；　　2．D；　　3．C；　　4．B；　　5．A；　　6．C．

二．填空题：（本大题共12题，满分48分）

7． $(a+1)(a-1)$；　　8． $x>1$；　　9． $3b$；

10． $2\vec{a}+\vec{b}$；　　11． 1；　　12． $\dfrac{2}{7}$；

13． 40%；　　14． $\sqrt{5}$；　　15． $\angle A=\angle D$ 或 $AC=DF$ 或 $AB\parallel DE$ 等；

16．20；　　17．30；　　18． $\dfrac{15}{4}$．

三．解答题：（本大题共7题，满分78分）

19．解：原式 $=2\sqrt{2}+\sqrt{2}-1-1+2$

$=3\sqrt{2}$．

20．解：由②得 $(x-2y)(x+y)=0$，

$\therefore x-2y=0$ 或 $x+y=0$．

原方程组可化为 $\begin{cases}x-y=-2,\\x-2y=0;\end{cases}$ $\begin{cases}x-y=-2,\\x+y=0.\end{cases}$

解这两个方程组得 $\begin{cases}x_1=-4,\\y_1=-2;\end{cases}$ $\begin{cases}x_2=-1,\\y_2=1.\end{cases}$

$\therefore$原方程组的解是 $\begin{cases}x_1=-4,\\y_1=-2;\end{cases}$ $\begin{cases}x_2=-1,\\y_2=1.\end{cases}$

21．解：（1）$\because$直线 $y=\dfrac{1}{2}x+b$ 经过第一、二、三象限，且 y 轴交于点 B，

$\therefore OB=b$．

又$\because$ $A(2,t)$，△ AOB 的面积等于1，$\therefore b=1$．

（2）$\because$直线 $y=\dfrac{1}{2}x+1$ 经过点 $A(2,t)$，　$\therefore A(2,2)$．

$\because$反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$ 的图像经过点 $A(2,2)$，可得 $k=4$．

$\therefore$这个反比函数的解析式为 $y=\dfrac{4}{x}$．

22．解：分别延长 BA 和 FE 交于点 M．

$\because EF\parallel BC$，$AB\perp BC$，$\therefore \angle AME=90°$．

$\because \angle EAB=143°$，$\therefore \angle MAE=37°$．

在Rt△ AME 中，

$\therefore MA=AE\cdot\cos\angle MAE\approx 0.96$．

$\therefore MB = MA + AB \approx 2.2$.

所以，当车辆经过时，栏杆 EF 段距离地面的高度为 2.2 米.

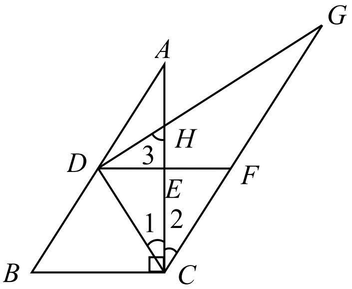
23．证明：（1）∵点 D 为边 AB 的中点， $DE \parallel BC$ ，∴ $AE = EC$.

∵ $CF \parallel AB$ ，∴ $\angle A = \angle FCE$.

在△ ADE 和△ CFE 中，

∵ $\begin{cases} \angle A = \angle FCE, \\ AE = CE, \\ \angle AED = \angle CEF, \end{cases}$ ∴△ $ADE \cong$ △ CFE ，∴ $DE = EF$.

（2）如右图，在 Rt△ ABC 中，



∵ $\angle ACB = 90°$ ，点 D 为边 AB 的中点，

∴ $CD = AD$,∴ $\angle 1 = \angle A$ ，

∴ $DG \perp DC$,∴ $\angle 1 + \angle 3 = 90°$ ，

又∵ $\angle A + \angle B = 90°$ ，∴ $\angle B = \angle 3$ ，

∵ $CF \parallel AB$ ，∴ $\angle 2 = \angle A$ ，

∵ $\angle 3 = \angle 2 + \angle DGC$ ，

∴ $\angle B = \angle A + \angle DGC$.

24．解：（1）过点 A 作 AH 垂直于 x 轴，垂足为 H ，

∵ $\angle AOB = 120°$ ， $AO = 2$ ，

∴点 A 的坐标为 $(-1, \sqrt{3})$.

由题意得，点 B 坐标为 $(2,0)$.

∵抛物线 $y = ax^2 + bx$ 经过点 A 和点 B ，

∴ $\begin{cases} a - b = \sqrt{3}, \\ 4a + 2b = 0. \end{cases}$ 解这个方程组，得 $\begin{cases} a = \dfrac{\sqrt{3}}{3}, \\ b = -\dfrac{2\sqrt{3}}{3}. \end{cases}$

∴这条抛物线的表达式是 $y = \dfrac{\sqrt{3}}{3}x^2 - \dfrac{2\sqrt{3}}{3}x$ ，

（2）由题意得，顶点 M 的坐标为 $(1, -\dfrac{\sqrt{3}}{3})$ ，

∴ $OM = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ ， $\angle BOM = 30°$.

∴ $\angle AOM = \angle AOB + \angle BOM = 150°$.

（3）∵ $\angle AOM = 150°$ ， ∴ $\angle OAM < 30°$ ， $\angle AMO < 30°$ ，

∵ $AO = BO$ ， $\angle AOB = 120°$ ，∴ $\angle ABO = 30°$.

∵△ ABC 与△ AOM 相似，∴点 C 应在线段 OB 的延长线上.

∴ $\angle ABC = 150°$. ∴ $\angle AOM = \angle ABC$.

由点 A 和点 B 的坐标可得， $AB = 2\sqrt{3}$.

分两种情况讨论：

① $\dfrac{BC}{AB} = \dfrac{OM}{AO}$ ，可得 $BC = 2$ ，∴ $C(4,0)$.

② $\frac{BC}{AB}=\frac{AO}{OM}$，可得 $BC=6$，$\therefore C(8,.0)$．

综上所述，△ ABC 与△ AOM 相似时，点 C 的坐标为 $(4,0)$ 或 $(8,0)$．

25．解：（1）在矩形 $ABCD$ 中，$\angle A=90^\circ$，$AD\parallel BC$，$\therefore \angle APB=\angle MBQ$，

又∵ MQ 垂直平分线段 BP，$\therefore \angle QMB=\angle A$，$MB=\frac{1}{2}BP$，

$\therefore$ △ $APB\backsim$ △ MBQ，$\therefore \frac{AP}{BM}=\frac{PB}{BQ}$，

∵ $AP=x$，$BQ=y$，$AB=5$，$AD=13$，

在 Rt△ APB 中，$BP=\sqrt{AB^2+AP^2}=\sqrt{25+x^2}$，

可解得 $y=\frac{x^2+25}{2x}$．

x 的取值范围为 $1\le x\le 13$．

（2）∵ MQ 垂直平分线段 BP，$\therefore PQ=BQ=y$．

当⊙ P 和⊙ Q 外切时，

$AP+CQ=PQ$， 即 $x+13-y=y$．

将 $y=\frac{x^2+25}{2x}$ 代入上式，可得分式方程 $x+13=\frac{x^2+25}{x}$，

可解得 $x=\frac{25}{13}$；

经检验，$x=\frac{25}{13}$ 是分式方程的根且符合题意．

$\therefore$ ⊙ P 和⊙ Q 外切时，$x=\frac{25}{13}$．

（3）联结 QE，并延长交 AD 的延长线于点 G．

∵ $EF\perp PQ$，$EC\perp QC$，垂足分别是点 F、C，

又∵ $EF=EC$，$\therefore QE$ 平分 $\angle PQC$．

∵ $EC=4$，$\therefore DE=1$，即 $\frac{DE}{EC}=\frac{1}{4}$．

易得 $DG=\frac{1}{4}QC=\frac{13-y}{4}$，

∵ QG 为 $\angle PQC$ 的平分线，$AG\parallel BC$，

$\therefore \angle PQG=\angle GQC=\angle PGQ$，

$\therefore PG=PQ=y$，

∵ $AP+PG=AD+DG$，$\therefore x+y=13+\frac{13-y}{4}$，

将 $y=\frac{x^2+25}{2x}$ 代入，得分式方程 $4x+\frac{5x^2+125}{2x}=65$，

整理后，可解得 $x=\frac{65\pm 10\sqrt{26}}{13}$，

经检验 $x=\frac{65\pm 10\sqrt{26}}{13}$ 是分式方程的根且符合题意．

$\therefore x=\frac{65\pm 10\sqrt{26}}{13}$．