2016 年上海市初中数学毕业统一学业考试数学试卷

（满分 150 分，考试时间 100 分钟）

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. 如果 a 与 3 互为倒数，那么 a 是（　　）

（A）－3；　　（B）3；　　（C）$-\dfrac{1}{3}$；　　（D）$\dfrac{1}{3}$

2. 下列单项式中，与 a^2b 是同类项的是（　　）

（A）$2a^2b$；　　（B）a^2b^2；　　（C）ab^2；　　（D）$3ab$

3. 如果将抛物线 $y=x^2+2$ 向下平移 1 个单位，那么所得新抛物线的表达式是（　　）

（A）$y=(x-1)^2+2$；（B）$y=(x+1)^2+2$；（C）$y=x^2+1$；　（D）$y=x^2+3$.

4. 某校调查了 20 名男生某一周参加篮球运动的次数，调查结果如表 1 所示，那么这 20 名男生该周参加篮球运动次数的平均数是（　　）

次数	2	3	4	5
人数	2	2	10	6

表 1

（A）3 次；　　（B）3.5 次；　　（C）4 次；　　（D）4.5 次.

5. 已知在 ΔABC 中，$AB=AC$，AD 是角平分线，点 D 在边 BC 上，设 $\overline{BC}=\overline{a}$，$\overline{AD}=\overline{b}$，那么向量 $\overline{AC}$ 用向量 $\overline{a}$、$\overline{b}$ 表示为（　　）

（A）$\dfrac{1}{2}\overline{a}+\overline{b}$；　（B）$\dfrac{1}{2}\overline{a}-\overline{b}$；　（C）$-\dfrac{1}{2}\overline{a}+\overline{b}$；　（D）$-\dfrac{1}{2}\overline{a}-\overline{b}$.

6. 如图 1，在 RtΔABC 中，$\angle C=90°$，$AC=4$，$BC=7$，点 D 在边 BC 上，$CD=3$，⊙A 的半径长为 3，⊙D 与⊙A 相交，且点 B 在⊙D 外，那么⊙D 的半径长 r 的取值范围是（　　）

（A）1＜r＜4；　　（B）2＜r＜4；

（C）1＜r＜8；　　（D）2＜r＜8.

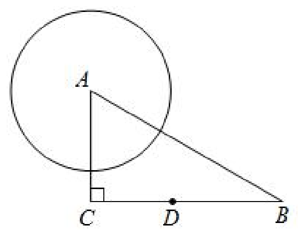


图1

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. 计算：$a^3\div a=$__▲__.

8. 函数 $y=\dfrac{3}{x-2}$ 的定义域是__▲__.

9. 方程 $\sqrt{x-1}=2$ 的解是__▲__.

10. 如果 $a=\frac{1}{2}$，$b=-3$，那么代数式 $2a+b$ 的值为___▲___.

11. 不等式组 $\begin{cases}2x<5\\x-1<0\end{cases}$ 的解集是___▲___.

12. 如果关于 x 的方程 $x^2-3x+k=0$ 有两个相等的实数根，那么实数 k 的值是___▲___.

13. 已知反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$，如果在这个函数图像所在的每一个象限内，y 的值随着 x 的值增大而减小，那么 k 的取值范围是___▲___.

14. 有一枚材质均匀的正方体骰子，它的六个面上分别有 1 点、2 点、…、6 点的标记.掷一次骰子，向上的一面出现的点数是 3 的倍数的概率是___▲___.

15. 在 ΔABC 中，点 D、E 分别是边 AB、AC 的中点，那么 ΔADE 的面积与 ΔABC 的面积的比是___▲___.

16. 今年 5 月份有关部门对计划去上海迪士尼乐园的部分市民的前往方式进行调查，图 2-1 和图 2-2 是收集数据后绘制的两幅不完整统计图. 根据图中提供的信息，那么本次调查的对象中选择公交前往的人数是___▲___.

17. 如图 3，航拍无人机从 A 处测得一幢建筑物顶部 B 的仰角为 30°，测得底部 C 的俯角为 60°，此时航拍无人机与该建筑物的水平距离 AD 为 90 米，那么该建筑物的高度 BC 约为___▲___米.（精确到 1 米，参考数据：$\sqrt{3}\approx 1.73$）

18. 如图 4，矩形 $ABCD$ 中，$BC=2$. 将矩形 $ABCD$ 绕点 D 顺时针旋转 90°，点 A、C 分别落在点 A'、C'处，如果点 A'、C'、B 在同一条直线上，那么 $\tan\angle ABA'$ 的值为___▲___.

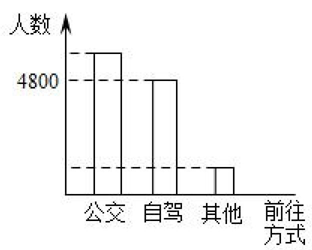


图2-1

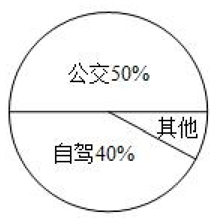


图2-2

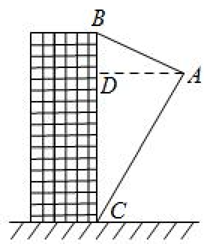


图3

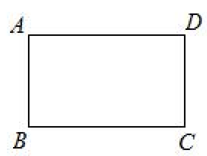


图4

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19.（本题满分 10 分）

计算：$\left|\sqrt{3}-1\right|-4^{\frac{1}{2}}-\sqrt{12}+(\frac{1}{3})^{-2}$

20.（本题满分 10 分）

解方程：$\dfrac{1}{x-2}-\dfrac{4}{x^{2}-4}=1$.

21.（本题满分 10 分，每小题满分各 5 分）

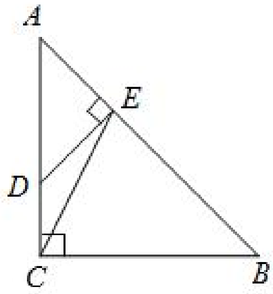


图5

如图 5，在 $Rt\Delta ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，$AC=BC=3$，点 D 在边 AC 上，且 $AD=2CD$，$DE\perp AB$，垂足为点 E，联结 CE. 求：

（1）线段 BE 的长；

（2）$\angle ECB$ 的余切值.

22.（本题满分 10 分，每小题满分各 5 分）

某物流公司引进 A、B 两种机器人用来搬运某种货物，这两种机器人充满电后可以连续搬运 5 小时. A 种机器人于某日 0 时开始搬运，过了 1 小时，B 种机器人也开始搬运. 如图 6，线段 OG 表示 A 种机器人的搬运量 y_A（千克）与时间 x（时）的函数图像，线段 EF 表示 B 种机器人的搬运量 y_B（千克）与时间 x（时）的函数图像. 根据图像提供的信息，解答下列问题：

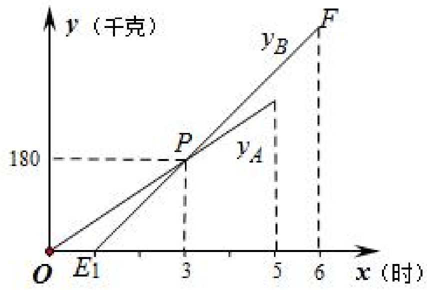


图6

（1）求 y_B 关于 x 的函数解析式；

（2）如果 A、B 两种机器人各连续搬运 5 个小时，那么 B 种机器人比 A 种机器人多搬运了多少千克？

23.（本题满分 12 分，每小题满分各 6 分）

已知：如图 7，$\odot O$ 是 ΔABC 的外接圆，$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AC}$，点 D 在边 BC 上，$AE//BC$，$AE=BD$.

（1）求证：$AD=CE$；

（2）如果点 G 在线段 DC 上（不与点 D 重合），且 $AG=AD$. 求证：四边形 $AGCE$ 是平行四边形.

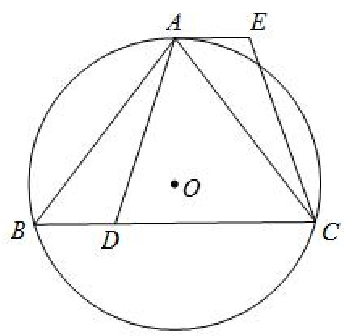


图7

24.（本题满分 12 分，每小题满分各 4 分）

如图 8，抛物线 $y=ax^2+bx-5(a\neq 0)$ 经过点 $A(4,-5)$，与 x 轴的负半轴交于点 B，与 y 轴交于点 C，且 $OC=5OB$，抛物线的顶点为点 D。

（1）求这条抛物线的表达式；

（2）联结 AB、BC、CD、DA，求四边形 $ABCD$ 的面积；

（3）如果点 E 在 y 轴的正半轴上，且 $\angle BEO=\angle ABC$，求点 E 的坐标。

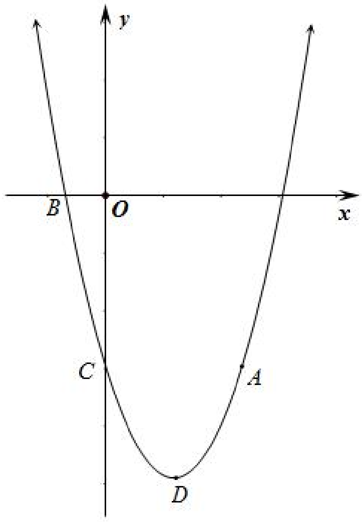


图8

25.（本题满分 14 分，第（1）小题满分 4 分，第（2）小题满分 5 分，第（3）小题满分 5 分）

如图 9 所示，梯形 $ABCD$ 中，$AB//DC$，$\angle B=90^\circ$，$AD=15$，$AB=16$，$BC=12$，点 E 是边 AB 上的动点，点 F 是射线 CD 上一点，射线 ED 和射线 AF 交于点 G，且 $\angle AGE=\angle DAB$.

（1）求线段 CD 的长；

（2）如果 ΔAEG 是以 EG 为腰的等腰三角形，求线段 AE 的长；

（3）如果点 F 在边 CD 上（不与点 C、D 重合），设 $AE=x$，$DF=y$，求 y 关于 x 的函数解析式，并写出 x 的取值范围.

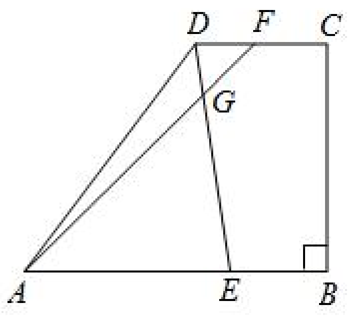
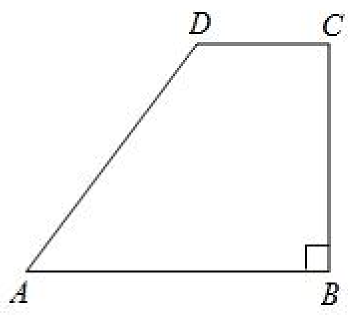


图9



备用图

2016年上海市初中数学毕业统一学业考试

数学试卷答案要点与评分标准

一、选择题：（本大题共6题，满分24分）

1. D； 2. A； 3. C； 4. C； 5. A； 6. B.

二、填空题：（本大题共12题，满分48分）

7. a^2；	8. $x \neq 2$；	9. $x=5$
10. -2	11. $x<1$；	12. $\frac{9}{4}$；
13. $k>0$；	14. $\frac{1}{3}$；	15. $\frac{1}{4}$；
16. 6000；	17. 208；	18. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

三、解答题：（本大题共7题，满分78分）

19. 解：原式 $=\sqrt{3}-1-2-2\sqrt{3}+9$ ……（8分）

$=6-\sqrt{3}$. ……（2分）

20. 解：去分母，得 $x+2-4=x^2-4$. ……（3分）

移项、整理得 $x^2-x-2=0$. ……（2分）

解方程，得 $x_1=2$, $x_2=-1$. ……（3分）

经检验：$x_1=2$ 是增根，舍去；$x_2=-1$ 是原方程的根. ……（2分）

所以，原方程的根是 $x=-1$.

21. 解：（1）∵ $AD=2CD$，$\therefore AD=\frac{2}{3}AC$.

又∵ $AC=3$，∴ $AD=2$. ……（1分）

在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°, AC=BC=3$，

$\therefore \angle A=45°, AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=3\sqrt{2}$. ……（1分）

∵ $DE\perp AB$，$\therefore \angle AED=90°$，$\angle ADE=\angle A=45°$.

$\therefore AE=AD\cdot\cos 45°=2\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$. ……（2分）

$\therefore BE = AB - AE = 3\sqrt{2} - \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$. ……（1 分）

即线段 BE 的长是 $2\sqrt{2}$.

（2）过点 E 作 $EH \perp BC$，垂足为点 H. ……（1 分）

在 RtΔBEH 中，$\angle EHB = 90°, \angle B = 45°$

$\therefore EH = BH = EB \cdot \cos 45° = 2\sqrt{2} \times \dfrac{\sqrt{2}}{2} = 2$. ……（2 分）

又∵ $BC = 3$, $\therefore CH = 1$. ……（1 分）

在 RtΔECH 中，$\cot \angle ECB = \dfrac{CH}{EH} = \dfrac{1}{2}$. ……（1 分）

即 $\angle ECB$ 的余切值是 $\dfrac{1}{2}$.

22. 解：（1）设 y_B 关于 x 的函数解析式为 $y_B = k_1 x + b(k_1 \neq 0)$，

由线段 EF 过点 $E(1,0)$和点 $P(3,180)$，得 $\begin{cases} k_1 + b = 0, \\ 3k_1 + b = 180. \end{cases}$ ……（2 分）

解得 $\begin{cases} k_1 = 90, \\ b = -90. \end{cases}$ ……（2 分）

所以 y_B 关于 x 的函数解析式为 $y_B = 90x - 90(1 \le x \le 6)$. ……（1 分）

（2）设 y_A 关于 x 的函数解析式为 $y_A = k_2 x(k_2 \neq 0)$，

由题意，得 $180 = 3k_2$，即 $k_2 = 60, \therefore y_A = 60x$. ……（2 分）

当 $x = 5$ 时，$y_A = 5 \times 60 = 300$（千克）. ……（1 分）

当 $x = 6$ 时，$y_B = 90 \times 6 - 90 = 450$（千克）. ……（1 分）

$450 - 300 = 150$（千克）.. ……（1 分）

答：如果 A、B 两种机器人各连续搬运 5 个小时，那么 B 种机器人比 A 种机器人多搬运了 150 千克.

23. 证明：（1）在⊙O 中，∵ $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{AC}$，$\therefore AB = AC$. ……（1 分）

$\therefore \angle B = \angle ACB$. ……（1 分）

∵ $AE // BC, \therefore \angle EAC = \angle ACB$. ……（1 分）

$\therefore \angle B = \angle EAC$. ....（1 分）

又∵ $BD = AE$，$\therefore \Delta ABD \cong \Delta CAE$. ....（1 分）

∴ $AD = CE$. ....（1 分）

（2）联结 AO 并延长，交边 BC 于点 H，

$\because \overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{AC}$，$OA$ 是半径，$\therefore AH \perp BC$. ....（1 分）

∴ $BH = CH$. ....（1 分）

∵ $AD = AG$，∴ $DH = HG$. ....（1 分）

$\therefore BH - DH = CH - GH$，即 $BD = CG$. ....（1 分）

∵ $BD = AE$，∴ $CG = AE$. ....（1 分）

又∵ $CG // AE$，∴四边形 $AGCE$ 是平行四边形. ....（1 分）

24. 解：（1）∵抛物线 $y = ax^2 + bx - 5$ 与 y 轴交于点 C，

$\therefore C(0,-5)$，$\therefore OC = 5$. ....（1 分）

∵ $OC = 5OB$，∴ $OB = 1$. 又点 B 在 x 轴的负半轴上，$\therefore B(-1,0)$. ....（1 分）

∵抛物线经过点 $A(4,-5)$ 和点 $B(-1,0)$，

$\therefore \begin{cases} 16a + 4b - 5 = -5, \\ a - b - 5 = 0. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a = 1, \\ b = -4. \end{cases}$ ....（1 分）

∴这条抛物线的表达式为 $y = x^2 - 4x - 5$. ....（1 分）

（2）由 $y = x^2 - 4x - 5$，得 $y = (x-2)^2 - 9$，∴顶点 D 的坐标是 $(2,-9)$.（1 分）

联结 AC. ∵点 A 的坐标是 $(4,-5)$，点 C 的坐标是 $(0,-5)$，∴ AC 平行于 x 轴.

又 $S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2} \times 4 \times 5 = 10$，..（1 分）

$S_{\Delta ACD} = \dfrac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$，..（1 分）

∴ $S_{四边形ABCD} = S_{\Delta ABC} + S_{\Delta ACD} = 18$. ....（1 分）

（3）过点 C 作 $CH \perp AB$，垂足为点 H. ....（1 分）

$\because S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2} \times AB \times CH = 10$，$AB = 5\sqrt{2}$，

$\therefore CH = 2\sqrt{2}$. ....（1 分）

在 RtΔBCH 中，$\angle BHC = 90°$， $BC = \sqrt{26}$， $BH = \sqrt{BC^2 - CH^2} = 3\sqrt{2}$，

$\therefore \tan\angle CBH = \frac{CH}{BH} = \frac{2}{3}$. ……………………………………（1 分）

在 RtΔBOE 中，$\angle BOE = 90°$， $\tan\angle BEO = \frac{BO}{EO}$，

$\because \angle BEO = \angle ABC$， $\therefore \frac{BO}{EO} = \frac{2}{3}$.

又∵BO＝1，$\therefore EO = \frac{3}{2}$，∴点 E 的坐标为$(0, \frac{3}{2})$.. ……………………（1 分）

25. 解：（1）过点 D 作 $DH \perp AB$，垂足为点 H. ……………………………（1 分）

$\therefore \angle AHD = 90° = \angle B$， $\therefore DH // BC$.

∵$AB//CD$，$\therefore DH = BC = 12, BH = CD$. ……………………………（1 分）

在 RtΔDAH 中，$\angle AHD = 90°$，AD＝15，DH＝12，

$\therefore AH = \sqrt{AD^2 - DH^2} = 9$. ……………………………………（1 分）

又∵AB＝16，$\therefore BH = AB - AH = 7$，即 CD＝7. ……………………（1 分）

（2）$\because \angle AEG = \angle DEA$，又 $\angle AGE = \angle DAE$， $\therefore \Delta AEG \backsim \Delta DEA$. ……（1 分）

由 ΔAEG 是以 EG 为腰的等腰三角形，

可得 ΔDEA 是以 AE 为腰的等腰三角形.

①若 AE＝AD，∵AD＝15，∴AE＝15. ……………………………（2 分）

②若 AE＝DE，过点 E 作 $EQ \perp AD$，垂足为点 Q.

$\therefore AQ = \frac{1}{2}AD = \frac{15}{2}$.

在 RtΔDAH 中，$\angle AHD = 90°$， $\cos\angle DAH = \frac{AH}{AD}$，

又 AD＝15，AH＝9，$\therefore \cos\angle DAH = \frac{3}{5}$.

在 RtΔAEQ 中，$\angle AQE = 90°$，

$\cos\angle QAE = \frac{AQ}{AE} = \frac{3}{5}$， $\therefore AE = \frac{25}{2}$. ……………………………（2 分）

综上所述：当 ΔAEG 是以 EG 为腰的等腰三角形时，线段 AE 的长为 15 或 $\frac{25}{2}$.

（3）在 RtΔDHE 中，$\angle DHE = 90°$， $DE = \sqrt{DH^2 + EH^2}$，

又 DH＝12，AE＝x，AH＝9，

$\therefore DE=\sqrt{12^2+(x-9)^2}$. ……………………………………………………（1 分）

$\because \Delta AEG \backsim \Delta DEA$，$\therefore \dfrac{AE}{DE}=\dfrac{EG}{AE}$.

$\therefore EG=\dfrac{x^2}{\sqrt{12^2+(x-9)^2}}$，$\therefore DG=\sqrt{12^2+(x-9)^2}-\dfrac{x^2}{\sqrt{12^2+(x-9)^2}}$. ……（1 分）

$\because DF//AE$，$\therefore \dfrac{DF}{AE}=\dfrac{DG}{EG}$，$\dfrac{y}{x}=\dfrac{12^2+(x-9)^2-x^2}{x^2}$. ……………………………（1 分）

$\therefore y=\dfrac{225-18x}{x}$，$x$ 的取值范围为 $9<x<\dfrac{25}{2}$. ……………………………………（2 分）